# Федеральное государственное бюджетное учреждение науки ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ РАН CENTRAL ECONOMICS AND MATHEMATICS INSTITUTE RAS

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

#### С.А. Смоляк

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗАВИСИМОСТИ СТОИМОСТИ МАШИН ОТ ВОЗРАСТА

Препринт # WP/2014/311

**Смоляк С.А**. Статистические и теоретические модели зависимости стоимости машин от возраста / Препринт # WP/2014/311. – М.: ЦЭМИ РАН, 2014. – 50 с. (Рус.)

При оценке подержанных машин и оборудования используются зависимости их рыночной стоимости от возраста. Обрабатывая рыночные данные о ценах реальных сделок с такими машинами (или о ценах их предложения), можно построить соответствующую статистическую зависимость. В то же время можно построить детерминированную модель той же зависимости, основываясь на общих принципах стоимостной оценки. Оказывается, что полученный результат не согласуется с данными рынка. Разрешить этот парадокс оказывается возможным, учитывая вероятностный характер процесса использования машин. Построенная вероятностная модель позволила получить простую формулу для математического ожидания рыночной стоимости машин, доживших до определенного возраста.

Казалось бы, техническое состояние машины (а, стало быть, и ее стоимость) должно зависеть не только от возраста, но и от ее наработки. Однако проведенный анализ показал слабое влияние наработки на стоимость машин.

*Ключевые слова*: стоимостная оценка, машины, оборудование, возраст, наработка, пробег, цена, рыночная стоимость, износ, статистические зависимости, математические модели, стохастика.

*JEL коды*: D46, C14, C61, C81.

**Smolyak S.A**. Statistical and Theoretical Models of the Effect of Age on the Market Value of Machinery and Equipment Items / Working paper # WP/2014/311. – Moscow, CEMI RAS, 2014. – 50 p. (Rus.)

Evaluation of second-hand machinery and equipment items requires information on the dependence of their market value on the age. Using market price data for these assets, you can get relevant statistical dependence. At the same time we can build a deterministic model of the same dependence based on common valuation principles. It turns out that the result is not consistent with the market data. We can resolve this paradox taking into account the stochasticity of the process of machinery and equipment items use. Built stochastic model allowed us to obtain a simple formula for the mean of the market value of equipment items lived to a certain age.

It would seem that the technical condition of the equipment item (and hence its value) should depend not only on its age but also on its operation time. However the analysis showed that operating time of equipment item has little effect on its market value.

*Keywords*: valuation theory, machines, equipment, age, operation time, mileage, price, market value, depreciation, statistical dependencies, mathematical models, stochastics.

*JEL code*: D46, C14, C61, C81.

ISBN 978-5-8211-0679-7

- © Смоляк С.А., 2014 г.
- © Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Центральный экономикоматематический институт РАН, 2014 г.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

| Влияние возраста на стоимость машин                    | 4  |
|--|----|
| Теоретические зависимости стоимости машин от возраста  | 8  |
| Статистические зависимости стоимости машин от возраста | 15 |
| Трактора МТЗ-82.1                                      | 15 |
| Трактора МТЗ-1221                                      | 16 |
| Экскаваторы ЭО-2621                                    | 17 |
| Бульдозеры Уралтрак Б10М ЧТ3                           | 18 |
| Бульдозеры Caterpillar D8R                             | 19 |
| Дорожные катки Раскат                                  | 20 |
| Дорожные катки BOMAG                                   | 20 |
| Комбайны ДОН 1500Б                                     | 22 |
| Седельные тягачи МАЗ 54323                             | 22 |
| Анализ полученных статистических зависимостей          | 23 |
| Моделирование случайного процесса использования машин  | 26 |
| Основные предпосылки модели                            | 26 |
| Исследование модели                                    | 28 |
| Экспериментальная проверка модели                      | 32 |
| Обсуждение предпосылок модели                          | 35 |
| Учет наработки машины путем корректировки ее стоимости | 37 |
| Учет наработки машины путем корректировки ее возраста  | 44 |
| Краткие выводы   | 47 |
| Литература   | 49 |
| Об авторе  | 50 |

#### ВЛИЯНИЕ ВОЗРАСТА НА СТОИМОСТЬ МАШИН

Общие принципы оценки рыночной стоимости активов и различные методы такой оценки изложены в Международных и Европейских стандартах оценки (Международные стандарты..., 2013; Международные стандарты..., 2008; Европейские стандарты..., 2006), а также в многочисленных учебниках, например, (Андрианов, 2006; Грибовский, 2009; Оценка стоимости машин..., 2003).

Настоящая работа посвящена рассмотрению одного из методов оценки рыночной стоимости подержанных машин и оборудования (далее – машин). Этот широко распространенный метод включает два этапа. На первом устанавливается рыночная стоимость аналогичной машины (машины той же марки, модели или модификации) в новом состоянии – мы, следуя (Европейские стандарты..., 2006), будем называть ее восстановительной стоимостью (ВС). Для этого обычно (но не всегда!) используются данные о ценах первичного рынка. На втором этапе ВС машины корректируется с учетом ее износа. Чаще всего это делается одним из двух способов.

При первом, обычно используемом в РФ, вначале определяется сумма износа (обесценения) машины. Для этого по специальным таблицам или формулам устанавливается процент износа машины, который затем умножается на ее ВС. После этого рыночная стоимость (далее – стоимость) машины рассчитывается вычитанием суммы износа из ВС.

Второй, технически более простой способ, на который мы будем ориентироваться, используется, например, в США. Здесь стоимость машины определяется путем умножения ее ВС на процент годности (Percent Good Factor), значения которого устанавливаются в зависимости от возраста (или эффективного возраста) машины по специальным таблицам или формулам.

Нетрудно убедиться, что оба способа эквивалентны, поскольку проценты годности и износа дают в сумме 100%. Важно также учесть, что в конце срока службы машина имеет утилизационную стоимость, так что соответствующий коэффициент годности будет равен не нулю, а относительной (по отношению в ВС) утилизационной стоимости, обычно составляющей 4–9%.

При приобретении подержанной машины покупатели обращают внимание, прежде всего, на возраст машины. Естественно, что и продавцы, выставляя машину на продажу, также ориентируются на средние цены аналогичных машин того же возраста. Поэтому естественно связать коэффициент годности машины с ее возрастом, что обычно и делается. Для этого используются различные методы. Как правило, каждый такой метод ориентирован на оценку машин определенной группы.

Тем самым допускается, что при оценке коэффициента годности все машины этой группы могут рассматриваться как аналоги оцениваемой машины, у всех этих машин один и тот же срок службы, а их износ подчиняется одним и тем же закономерностям. Представляется, что это допущение будет тем менее обоснованным, чем шире соответствующая группа.

Между тем, на практике коэффициенты годности или износа устанавливаются для групп машин разного охвата. Так, в статье (Тришин, 2009) приводится таблица процентов износа для экскаваторов ЭКГ-5А и металлорежущих станков (шифры ЕНАО 41000 и 41001). Первая группа довольно узкая, тогда как вторая включает обширный класс оборудования. В работе (Андрианов, 2006) приведены таблицы процентов износа некоторых видов машин в ФРГ: автобетоносмесителей, мусоровозов, грузоподъемных кранов и автомобилей, применяемых в строительстве и лесном хозяйстве. Значения процентов износа в конце срока службы здесь согласуются с имеющимися оценками утилизационной стоимости указанных машин.

Во многих штатах США коэффициенты годности машин определяются с использованием двух «нормативных» таблиц. Первая, достаточно детальная таблица позволяет отнести оцениваемую машину к одному из небольшого числа классов и установить ее срок службы<sup>1</sup>. Во второй таблице (своей для каждого класса) даются значения коэффициентов годности, зависящие от возраста машины и срока ее службы. При этом относиться к одному классу и иметь одинаковый срок службы могут совсем разные машины. Так, например, в штате Колорадо одна и та же динамика износа оказывается у строительных и лесозаготовительных машин, оборудования для бурения нефтяных и газовых скважин, оборудования радио- и телевещания (средний срок службы 6 лет) или у генераторов ГЭС, драглайнов и кранов грузоподъемностью свыше 50 т (средний срок службы 20 лет)<sup>2</sup>.

Приведем несколько примеров.

В Руководстве штата Аризона (Arizona Department of Revenue..., 2011) приводится следующая таблица процентов годности для сельскохозяйственных, строительных и многих других машин с ожидаемыми сроками службы T = 10 и 15 лет.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В разных штатах США соответствующий срок службы понимается по-разному. В одних случаях это – просто нормативно установленный срок, в других – средний, в Калифорнии – «стандартный», в Северной Каролине - «экономический».

http://www.colorado.gov/cs/Satellite?c=Page&childpagename=DOLA-Main%2FCBONLayout&cid=1251590389358&pagename=CBONWrapper

Таблица 1

| Возраст, годы | 0   | 1  | 2   | 3  | 4  | 5  | 6  | 7   |
|---------------|-----|----|-----|----|----|----|----|-----|
| T = 10        | 100 | 90 | 82  | 75 | 68 | 59 | 51 | 39  |
| T = 15        | 100 | 93 | 89  | 86 | 83 | 79 | 76 | 70  |
| Возраст, годы | 8   | 9  | 10  | 11 | 12 | 13 | 14 | 15  |
| T = 10        | 26  | 13 | 2,5 |    |    |    |    |     |
| T = 15        | 62  | 54 | 45  | 37 | 28 | 18 | 9  | 2,5 |

Существенно, что многими подобными таблицами устанавливается и минимальный (предельный) процент годности, обычно он составляет 10–20%. При этом рассчитанная указанным способом стоимость машины любого возраста оказывается существенно выше ее утилизационной стоимости. Например, в табл. 2 представлены проценты годности для машин и оборудования со сроками службы 8 и 14 лет, установленные в штатах Миссисипи<sup>3</sup> и Северная Каролина<sup>4</sup>. Минимальные проценты годности здесь составляют соответственно 20 и 25%.

Таблица 2

| Doomoon nous  | Мисс | исипи  | Северная Каролина |        |  |
|---------------|------|--------|-------------------|--------|--|
| Возраст, годы | T=8  | T = 14 | T=8               | T = 14 |  |
| 0             | 100  | 100    | 100               | 100    |  |
| 1             | 90   | 95     | 87                | 93     |  |
| 2             | 79   | 89     | 76                | 87     |  |
| 3             | 67   | 84     | 65                | 81     |  |
| 4             | 54   | 77     | 53                | 75     |  |
| 5             | 43   | 71     | 40                | 68     |  |
| 6             | 33   | 65     | 27                | 62     |  |
| 7             | 26   | 58     | 25                | 57     |  |
| 8             | 20   | 51     |                   | 50     |  |
| 9             |      | 45     |                   | 43     |  |
| 10            |      | 39     |                   | 36     |  |
| 11            |      | 33     |                   | 27     |  |
| 12            |      | 28     |                   | 25     |  |
| 13            |      | 24     |                   |        |  |
| 14            |      | 20     |                   |        |  |

Многие оценщики считают динамику износа линейной, определяя коэффициент износа отношением возраста машины к сроку ее службы (здесь, наоборот, в конце срока службы стоимость машины становится нулевой, а не утилизационной).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> 2014 Industrial Depreciation [электронный ресурс]. // Департамент доходов штата Миссисипи : Официальный сайт. URL: http://www.tax.ms.gov/taxareas/property/prop\_2011Industrial-Depreciation.pdf

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Revised 2014 Cost Index & Depreciation Schedules. [электронный ресурс]. // Департамент доходов Северной Каролины: Официальный сайт: URL: http://www.dornc.com/publications/cost archive/14archive/2014 revised costindex.pdf

Такой метод отвечает наиболее широкой группировке машин, когда в одну группу попадают любые машины с одним и тем же сроком службы. Та же группировка положена в основу и трех методов, реализованных в программно-информационном комплексе « $CtO\Phi$ » (метод вероятностных моделей, метод логистических кривых и метод экспоненты).

Разумеется, было бы неплохо иметь какую-то общую формулу или универсальную таблицу, пригодную для оценки машин любого назначения, вида и марки. Однако сколь бы убедительными ни были теоретические рассуждения по этому поводу, необходимо по возможности подтверждать их фактическими рыночными данными. Это значит, что методология построения таблиц процентов износа должна быть иной. Вначале такие таблицы надо построить для машин разных марок (моделей, типоразмеров). При этом машины, у которых динамика процентов износа окажется одинаковой или близкой, можно объединить в одну группу, в противном случае они должны быть отнесены к разным группам. После этого следует выяснить, не описывается ли динамика процентов износа для машин разных групп какой-то из теоретически обоснованных математических моделей (например, экспоненциальной). И только при положительном ответе на этот вопрос соответствующая модель может быть рекомендована для практического использования. Поскольку на рынке обращаются сотни тысяч марок машин различного назначения, в полном объеме реализовать эту процедуру невозможно. Поэтому приходится поступать по-другому: группировать машины по их назначению и основным техническим характеристикам (например, по мощности), из каждой группы выбирать представителя – машину определенной марки, рассчитывать для нее таблицу процентов износа, а затем распространять ее на все машины той же группы.

Как видим, для оценки износа оцениваемой машины необходимо вначале установить зависимость стоимости от возраста машин той же марки или их аналогов – машин той же группы. Есть два способа решения этой проблемы, которые мы рассмотрим ниже – теоретический и статистический.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Глава 2. Определение износа основных фондов в ПИК «СтОФ» [Текст] / А.П. Ковалев, П.В. Фадеев, Б.С. Алихашкин, В.В. Евтюшкин. URL: http://do.gendocs.ru/docs/index-214216.html?page=3.

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ СТОИМОСТИ МАШИН ОТ ВОЗРАСТА

Теоретические зависимости стоимости машин от возраста обычно являются, в некотором смысле слова, нормативными. Иными словами, они описывают ситуацию, когда используется так, «как надо», как это представляется естественным исследователям. Типичным примером является линейная модель, в соответствии с которой стоимость машины уменьшается равномерно до нуля на протяжении заданного срока («экономического» срока службы или срока полезного использования).

Нормативной является и следующая предложенная нами модель (более подробное ее описание изложено в (Смоляк, 2008, 2009; Smolyak, 2012)).

Рассмотрим машины определенной марки (модели, модификации, типоразмера) на определенную дату оценки. Все такие машины можно рассматривать как аналоги друг друга. Будем считать, что все эти машины используются одинаково – одним и тем же, наиболее эффективным технологическим способом, поэтому их состояние однозначно характеризуется их возрастом. В таком случае машины одного возраста t идентичны друг другу и потому (если пренебречь различиями в расходах на доставку машины к месту ее использования и, при необходимости, монтаж) имеют одну и ту же стоимость K(t) на дату оценки. Выясним, как устроена функция K(t). Поскольку машины обычно работают непрерывно, мы будем рассматривать процесс их использования в непрерывном времени, измеряя время в годах или долях года.

Использование машины в некотором периоде приносит ее владельцу определенные *выгоды*. Их можно понимать как стоимость продукции (работ, услуг), произведенной машиной за период, за вычетом затрат, связанных с использованием машины (операционных), либо как стоимость права пользования машиной в течение периода.

Как известно (Международные стандарты..., 2013; Международные стандарты..., 2008; Европейские стандарты..., 2006; Грибовский, 2009; Оценка стоимости..., 2003), стоимость машины отражает те выгоды, которые она приносит владельцу за предстоящий срок службы при наиболее эффективном ее использовании. Это положение может быть сформулировано в виде следующего принципа дисконтирования:

Стоимость машины на дату оценки равна сумме дисконтированных (к дате оценки) выгод от ее наиболее эффективного использования в течение некоторого периода и дисконтированной стоимости машины в конце периода.

Ставку дисконтирования (в непрерывном времени) обозначим через r. При исчислении выгод мы не учитываем ни налога на прибыль, ни инфляции, поэтому указанная ставка должна быть *доналоговой и реальной* (скорректированной на темп инфляции).

Обозначим через B(t) интенсивность выгод от наиболее эффективного использования машины возраста t лет, т.е. размер этих выгод, получаемых за малую единицу времени. Очевидно, что за счет физического износа у более старых машин операционные затраты выше, а производительность и рыночная стоимость — ниже. Поэтому функции B(t) и K(t) — убывающие. Однако эта тенденция нарушается при проведении ремонтов.

Ремонты можно разделить на текущие и капитальные. Текущие ремонты незначительно меняют динамику производительности машины и ее операционных затрат, поэтому мы будем ими пренебрегать, а расходы на них учитывать в составе операционных затрат, как это обычно и делается в бухгалтерском учете. Однако капитальные ремонты (далее – ремонты) придется учесть особо, и расходы на них в состав операционных затрат мы включать не будем (обычно стоимость капитального ремонта машины составляет 10–30% от ее восстановительной стоимости).

Рассмотрим малый период времени длительностью dt и будем считать, что в этом периоде ремонт не проводится, а инфляция отсутствует. В таком случае в конце периода возраст машины станет равным t+dt, а ее стоимость будет такой же, как и у машины возраста t+dt лет на дату оценки, т.е. K(t+dt).

Применим теперь принцип дисконтирования к рассматриваемому периоду и учтем, что коэффициент дисконтирования к дате оценки выгод, получаемых в конце периода, с точностью до малых более высокого порядка можно считать равным 1-rdt. Мы получим:

$$K(t) = B(t)dt + (1 - rdt)K(t + dt). \tag{1}$$

Считая зависимость K(t) гладкой и заменив K(t+dt) на K(t)+K'(t) dt, мы найдем, что с точностью до малых более высокого порядка

$$K(t) = B(t)dt + (1 - rdt)[K(t) + K'(t)dt] = K(t) + [K'(t) - rK(t) + B(t)]dt.$$

Отсюда следует, что функция K(t) удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$K'(t) - rK(t) + B(t) = 0.$$
 (2)

Отсюда, кстати, следует интересный результат. Допустим, что нам удалось оценить зависимость K(t) рыночной стоимости машин данной марки от возраста. Тогда равенство (2) позволяет определить интенсивность тех выгод, которые приносят эти машины разного возраста: B(t) = rK(t) - K'(t). Это может оказаться полезным при оценке рыночной стоимости услуг по предоставлению соответствующих машин в аренду.

$$K'(T) - rK(T) + B(T) = 0.$$
 (3)

Отсюда следует, что B(T) = rK(T) - K'(T). Но K(T) = U, а  $K'(T) \le 0$ , поскольку функция K(t) – убывающая. В таком случае B(T) > rU.

Возьмем машину в конце срока ее службы (в возрасте T). Вместо того чтобы ее утилизировать, продолжим ее эксплуатацию в течение малого периода времени dt. Поскольку так использовать машину неэффективно, правая часть равенства (1) будет не больше, чем левая:

$$K(T) \ge B(T)dt + (1 - rdt)K(T + dt).$$

Заметим теперь, что машина в возрасте T имеет утилизационную стоимость. Такую же стоимость имеет и машина большего возраста T+dt. Тогда из полученного неравенства вытекает, что  $U \geq B(T)dt + (1-rdt)U$ , так что  $U - (1-rdt)U \geq B(T)dt$  и  $B(T) \leq rU$ . Но выше мы получили, что  $B(T) \geq rU$ , и оба эти неравенства возможны, только если B(T) = rU.

Таким образом, в конце срока службы должны выполняться равенства K(T) = U, B(T) = rU, а тогда из равенства (3) следует, что K'(T) = 0.

Это означает, что график функции K(t) имеет в конце срока службы горизонтальную касательную.

Легко проверяется, что уравнение (3) с граничным условием K(T) = U имеет решение:

$$K(t) = \int_{t}^{T} B(s)e^{-r(s-t)}ds + Ue^{-r(T-t)}.$$

В литературе такой срок именуют «экономическим сроком службы» или «сроком полезного использования».

На первый взгляд, смысл его очевиден: стоимость машины равна сумме дисконтированных выгод от последующего использования машины до конца срока службы, включая и выгоды от утилизации машины в конце этого срока. Между тем, входящая в формулу интенсивность выгод B(s) характеризует не оцениваемую машину через время s-t после даты оценки, а другую аналогичную машину возраста s, рассматриваемую на дату оценки. Точно так же, величина U отражает выгоды от утилизации не оцениваемой машины в конце срока ее службы, а другой машины, достигшей возраста T лет на дату оценки. Другими словами, стоимость машины на дату оценки здесь определяется показателями других машин на эту дату. Здесь уместно провести аналогию с эргодическими системами: среднее значение показателя эргодической системы по времени совпадает с его средним значением по возможным состояниям системы в начальный момент времени. На этом основании данную модель и другие модели оценки, в которых стоимость объекта оценивается на основе текущих (на дату оценки) показателей аналогичных объектов, можно назвать эргодическими.

В изложенной модели, следуя (Смоляк, 2008; Smolyak, 2012), можно учесть инфляцию, а также то обстоятельство, что в составе затрат на эксплуатацию машины имеются и такие (адвалорные), которые зависят от рыночной стоимости машины, например, расходы на страхование или налог на имущество. В такой ситуации удобно понимать под B(t) интенсивность *доналоговых* выгод, при исчислении которых не учитываются ни налог на прибыль, ни адвалорные затраты. Ставку адвалорных затрат обозначим через m.

Рассмотрим участника рынка, который на дату оценки приобретает машину возраста t лет по рыночной стоимости K=K(t), эксплуатирует ее в течение малого периода времени dt и затем продает по (новой) рыночной стоимости, которую мы временно обозначим через  $K^+$ . Рассчитаем чистые выгоды этого участника. Они будут меньше, чем доналоговые, на сумму адвалорных затрат mKdt и налога на прибыль.

Далее, за время dt на машину будет начислена амортизация Adt (здесь A – амортизация, начисляемая за единицу времени). При этом налогооблагаемая прибыль от эксплуатации машины за период составит Bdt-Adt-mKdt, а в конце периода остаточная (налоговая) стоимость машины составит K-Adt. Налогооблагаемой прибылью от npodaжu здесь будет цена продажи за вычетом остаточной стоимости машины, т.е.  $K^+-K+Adt$ . Суммируя ее с прибылью от эксплуатации машины, найдем налоговую базу:

$$(Bdt - Adt - mKdt) + (K^{+} - K + Adt) = K^{+} - K + (B - mK)dt.$$

Налог на прибыль (по ставке n) при этом будет равен

$$n[K^+-K+(B-mK)dt].$$

Посленалоговые чистые выгоды владельца машины от ее эксплуатации и продажи будут включать доналоговые выгоды Bdt и выручку  $K^+$  от продажи машины за вычетом налогов на прибыль и адвалорных затрат. Но стоимость машины на дату оценки равна сумме дисконтированных (по *номинальной посленалоговой* ставке  $r_a$ ) указанных выгод, поэтому, с точностью до величин, малых по сравнению с dt, имеет место равенство:

$$K = Bdt + (1 - r_a dt)K^+ - n[K^+ - K + (B - mK)dt] - mKdt =$$

$$= (1 - n - r_a dt)K^+ + [n - m(1 - n)dt]K + (1 - n)Bdt.$$
(4)

Величина  $K^+$  здесь отражает стоимость продажи машины возраста t+dt через время dt. Оценим ее. Если бы цены в стране не менялись, то стоимость машины любого возраста s в конце периода была бы равна стоимости машины того же возраста в момент 0, т.е. совпала бы с K(s). На самом деле цены все время меняются. Для учета таких изменений будем считать известным темп i роста цен на машины данной марки t0 дату оценки. Тогда за малое время t1 стоимости всех машин данной марки вырастут примерно в t1 раз. В частности, стоимость t2 машины возраста t3 дет через время t4 будет в t4 раз больше стоимости машины такого же возраста на дату оценки, так что: t4 t6 учето t6 учето t7 на через время t8 от t8 от t9 на больше стоимости машины такого

Подставляя это в (4), найдем:

$$K(t) = (1 - n - r_a dt)(1 + i dt)K(t + dt) + \left[n - m(1 - n)dt\right]K(t) + (1 - n)B(t)dt.$$

Отсюда после приведения подобных членов и деления на 1-*n* имеем:

$$(1+mdt)K(t) = \left[1 - \left(\frac{r_a}{1-n} - i\right)dt\right]K(t+dt) + B(t)dt.$$

Заменив здесь K(t+dt) на K(t) + K'(t)dt, находим:

$$K(t) = K(t) + (1-n)[B(t) - \overline{r}K(t) + K'(t)]dt,$$

где 
$$\overline{r} = \frac{r_a}{1-n} - i + m.$$
 (5)

Таким образом, в рассмотренной ситуации функция K(t) удовлетворяет уравнению  $K'(t) - \overline{r}K(t) + B(t) = 0$ . Но это уравнение отличается от (2) только ставкой дисконтирования: вместо доналоговой ставки r в него входит особая ставка  $\overline{r}$ , задаваемая формулой (5). Выясним ее смысл.

Начнем с того, что при установлении ставки дисконтирования оценщики ориентируются на доходности различных финансовых инструментов. Но публикуемые их значения — доналоговые, поэтому на их основе можно установить только доналоговую ставку дисконтирования (r). Однако оценка бизнеса методом ДДП нередко производится по посленалоговым потокам. Тогда доналоговую ставку необходимо пересчитывать в посленалоговую  $(r_a)$ . Обычно это делается, как и при оценке финансовых инструментов, путем умножения на «налоговый корректор» 1-n. В результате получается, что  $r_a = r(1-n)$ , а тогда формула (5) дает:  $\overline{r} = r - i + m$ . При этом за счет вычитания темпа инфляции особая ставка становится в некотором смысле реальной. Кроме того, с точки зрения влияния на стоимость машин, повышение ставки адвалорных расходов (например, за счет повышения налога на имущество) оказывается эквивалентным повышению ставки дисконтирования.

Нетрудно проверить, что равенства K(T) = U, B(T) = rU, K'(T) = 0 останутся в силе и при учете инфляции и адвалорных расходов.

На этом основании мы далее ограничимся более простой ситуацией, когда инфляция и адвалорные расходы отсутствуют.

При выводе уравнения (2) мы предполагали, что в рассматриваемом периоде машина не подвергается ремонту. Допустим, однако, что в этом периоде проводится ремонт. Будем считать, что момент проведения ремонта был выбран наиболее эффективно, а сам ремонт проводится наиболее эффективным способом, так что затраты на ремонт совпадают с его рыночной стоимостью. В таком случае выгоды от такого использования машины за период ремонта будут, очевидно, равны стоимости ремонта, взятой со знаком «минус». Применив принцип дисконтирования к периоду проведения ремонта и пренебрегая его длительностью, мы получим, что стоимость машины до ремонта будет равна стоимости машины после ремонта, уменьшенной на стоимость ремонта. Другими словами, после проведения ремонта стоимость машины увеличивается на стоимость ремонта. Тем самым, график стоимости машины от возраста становится разрывным, типа представленного на рис. 1 (величина разрывов здесь соответствует стоимости ремонта) – соот-

Подчеркнем еще раз, что это справедливо только тогда, когда момент проведения ремонта выбран наиболее эффективно, а сам ремонт осуществляется наиболее эффективным способом. Если же момент ремонта выбрать нерационально (например, отремонтировать машину, возраст которой превышает рациональный срок службы), то прирост ее стоимости после ремонта будет меньше стоимости ремонта.

ветствующие модели приведены в (Смоляк, 2013). Однако в конце срока службы этот график становится гладким и имеет горизонтальную касательную.

Оперировать с разрывными зависимостями, конечно, неудобно. Поэтому далее нас будет интересовать лишь соответствующая сглаженная зависимость (на рисунке – пунктир), отражающая общую тенденцию.

Можно считать, что такая сглаженная зависимость получится, если определенным образом распределить затраты на ремонт по всему периоду эксплуатации машины.

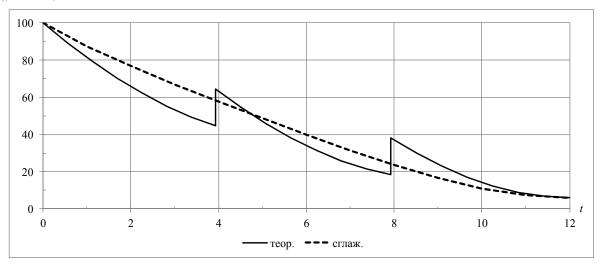


Рис. 1. Теоретическая и сглаженная зависимость стоимости машины от возраста

# **СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ СТОИМОСТИ МАШИН ОТ ВОЗРАСТА**

Если собрать фактические данные о ценах сделок с машинами разного возраста и обработать их, можно получить некую среднюю, «статистическую» зависимость стоимости машин от возраста. Такие зависимости нередко используются и для прогнозирования рыночной стоимости машин на перспективу.

К сожалению, цены реальных сделок с подержанными машинами в России (в отличие от ряда развитых стран) практически не фиксируются. На практике оценщики чаще всего могут анализировать только цены предложения. Однако, как уже говорилось, при купле-продаже подержанной машины стороны обращают внимание, прежде всего, на возраст машины. Поэтому представляется, что влияние возраста машин на цены предложения будет таким же, как и на цены реальных сделок.

Ниже представлены результаты анализа цен предложения ряда машин (в тыс. руб.) на первичном и вторичном рынках за 2013 - начало 2014 года.

Особенностью проведенного анализа является то, что машины, цены которых анализировались, имели разную комплектацию и выставлялись на продажу в разных регионах. Это, конечно, обусловило дополнительный разброс цен, однако позволило существенно увеличить объем выборки. При этом включение или исключение из выборки отдельных машин (например, с относительно большими или малыми ценами) мало влияет на полученные зависимости.

Для аппроксимации подбирался гладкий убывающий сплайн так, чтобы среднеквадратичное отклонение цен машин от него было, по возможности, минимальным (линейные, степенные и т.п. зависимости давали гораздо большее среднеквадратичное отклонение).

# Трактора МТЗ-82.1

Это универсальные сельскохозяйственные трактора тягового класса 1.4. Выборка включала данные о 350 машинах. Их цены (в тыс. руб.) и отвечающая им гладкая статистическая зависимость стоимости тракторов от возраста представлены на рис. 2. При этом стоимость трактора в новом состоянии (в возрасте 0 лет), т.е. его расчетная ВС, оказалась равной 681 тыс. руб., что достаточно близко к средней цене продажи на первичном рынке. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 89 тыс. руб., т.е. порядка 13% от ВС.

Построенная зависимость позволяет рассчитать проценты годности тракторов. Их зависимость от возраста представлена на рис. 4.

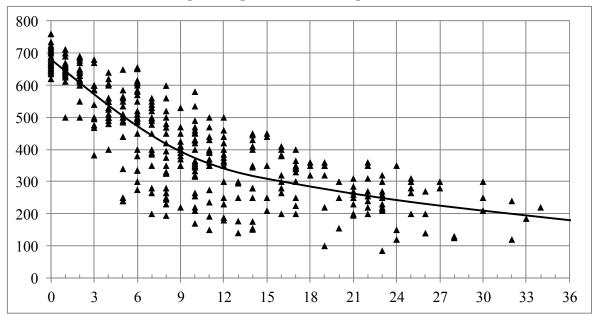


Рис. 2. Зависимость стоимости и цен тракторов МТЗ-82.1 от возраста

#### Трактора МТЗ-1221

Это несколько более мощный трактор тягового класса 2. Выборка включала 107 цен. Эти цены (в тыс. руб.) и отвечающая им гладкая статистическая зависимость стоимости тракторов от возраста на рис. 3. Стоимость трактора в новом состоянии (его расчетная ВС) оказалась равной 1216 тыс. руб., что достаточно близко к средней цене продажи на первичном рынке. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 103 тыс. руб., т.е. порядка 8% от ВС.

Построенная зависимость позволяет рассчитать проценты годности тракторов МТЗ-1221. Обычно оценщики считают, что проценты износа или годности, установленные для некоторой марки (модели) машин, можно распространить на машины других марок того же вида (исключение составляют легковые автомобили, где для машин разных марок динамика износа своя, см. (Андрианов, 2006)). На рис. 4 представлены зависимости от возраста процентов годности для тракторов МТЗ-82.1 и МТЗ-1221. Такое сопоставление показывает, что для машин одного вида, но разных моделей, такие зависимости могут быть разными.

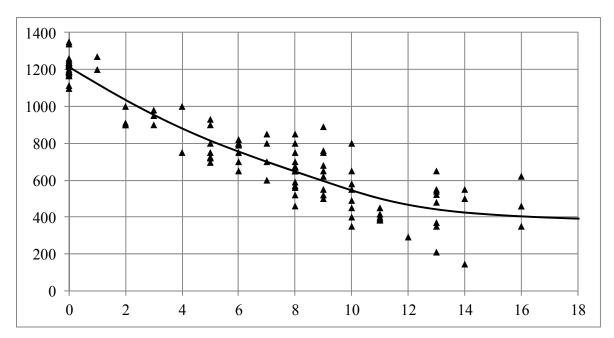


Рис. 3. Зависимость стоимости и цен тракторов МТЗ-1221 от возраста

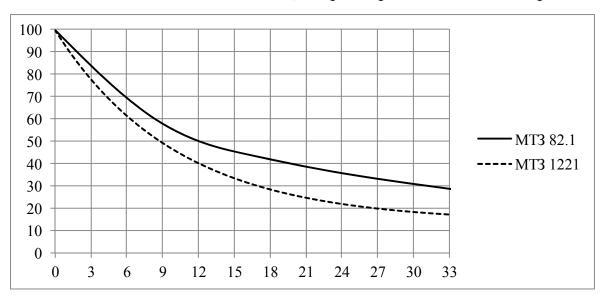


Рис. 4. Зависимость процентов годности тракторов от возраста

# Экскаваторы ЭО-2621

Выборка включала 207 цен. Эти цены (в тыс. руб.) и отвечающая им глад-кая статистическая зависимость стоимости экскаваторов от возраста представлены на рис. 5.

Расчетная стоимость экскаватора в новом состоянии, т.е. его BC, составила 1027 тыс. руб., что немного меньше средней цены продажи на первичном рынке. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 101 тыс. руб., т.е. порядка 10% от BC.

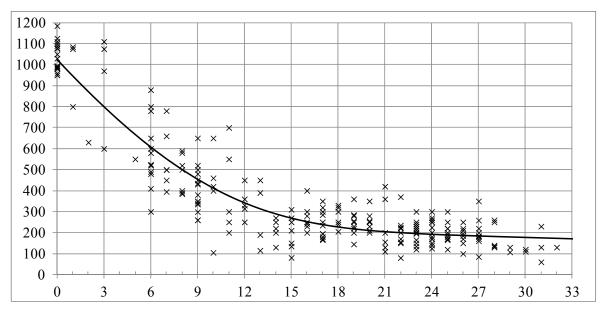


Рис. 5. Зависимость стоимости и цен экскаваторов от возраста

## Бульдозеры Уралтрак Б10М ЧТЗ

В выборку вошли 202 машины. Их цены (в тыс. руб.) и отвечающая им гладкая статистическая зависимость стоимости бульдозеров от возраста представлены на рис. 6. Расчетная стоимость бульдозера в новом состоянии (его ВС) составила 3331 тыс. руб., что достаточно близко к средней цене продажи на первичном рынке. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 297 тыс. руб., т.е. порядка 9% от ВС машин.

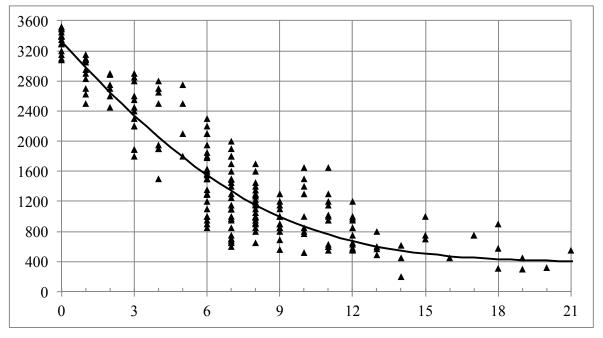


Рис. 6. Зависимость стоимости и цен бульдозеров Б10М от возраста

## Бульдозеры Caterpillar D8R

Выборка включала цены 143 более мощных импортных бульдозеров Caterpillar D8R. Результаты расчетов представлены на рис. 7. Зависимости процентов годности для бульдозеров Б10М и Caterpillar D8R представлены на рис. 8. Как видим, у бульдозеров разных марок динамика коэффициентов годности оказывается разной.

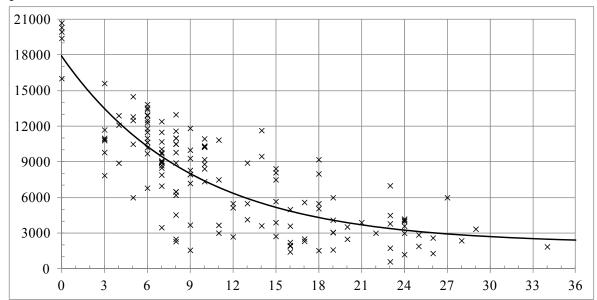


Рис. 7. Зависимость стоимости и цен бульдозеров D8R от возраста

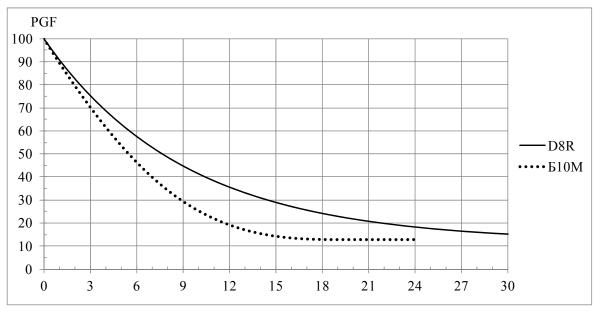


Рис. 8. Зависимость процентов годности от возраста для разных бульдозеров

#### Дорожные катки Раскат

Выборка включала 65 дорожных катков Раскат ДУ 85. Их цены (в тыс. руб.) и отвечающая им гладкая статистическая зависимость стоимости дорожных катков от возраста представлены на рис. 9. Расчетная ВС катка была принята на уровне средней цены продажи катков на первичном рынке — 2430 тыс. руб. Стандартное отклонение цен от найденной зависимости составляет 294 тыс. руб., т.е. порядка 12% от ВС машин

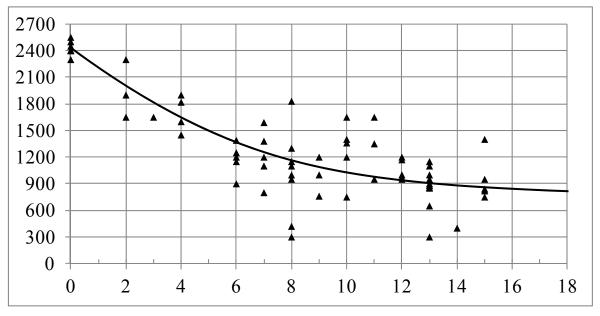


Рис. 9. Зависимость стоимости и цен дорожных катков ДУ 85 от возраста

# Дорожные катки ВОМАС

Анализировались цены импортных дорожных катков ВОМАG трех моделей: ВW 151 AC-4 (30 шт.), BW 213 DH-4 (73 шт.) и BW 213 D-4 (75 шт.). Принималось, что зависимость процентов годности от возраста у этих моделей одна и та же. В расчетах было учтено, что на российском рынке обращаются, в основном, подержанные катки ВОМАG, поэтому надежно установить средние их стоимости в новом состоянии (BC) не было возможности. Эти стоимости были приняты в размерах соответственно 4650, 4610 и 4410 тыс. руб. так, чтобы отклонения цен этих катков от их расчетных стоимостей были по возможности меньше. Стандартное отклонение фактических цен катков от их расчетных стоимостей оказалось равным 447 тыс. руб. – менее 10% от BC.

Если выразить цены катков в процентах от их расчетных восстановительных стоимостей, мы получим «фактические» проценты годности, представленные на рис. 10. Аппроксимирующая их гладкая кривая отражает «среднюю» зависи-

мость процентов годности (PGF) катков от возраста. Стандартное отклонение «фактических» процентов годности от рассчитанных по указанной зависимости составляет 10%. Другими словами, пользуясь найденной зависимостью, можно оценить рыночную стоимость катка со средней ошибкой 10% от ВС.

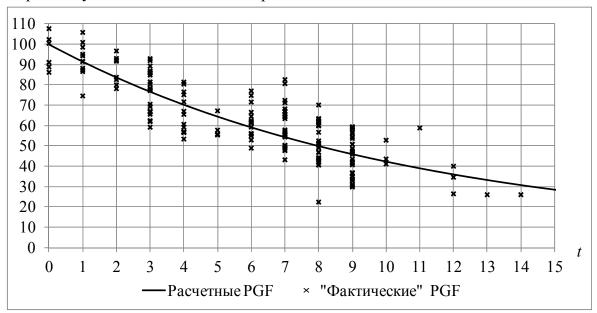


Рис. 10. Зависимости «фактических» и расчетных процентов годности от возраста для дорожных катков BOMAG

Сравнение динамики процентов годности для дорожных катков BOMAG и Раскат приведено на рис. 11.

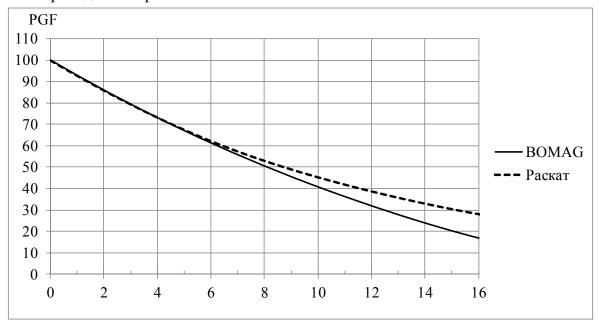


Рис. 11. Зависимости процентов годности от возраста для дорожных катков BOMAG и Раскат

Как видим, и в данном случае зависимости процентов годности дорожных катков от возраста немного различаются у разных марок катков.

#### Комбайны ДОН 1500Б

Анализировались цены зерноуборочных комбайнов ДОН 1500Б (285 шт.). Эти комбайны уже сняты с производства и на российском рынке обращаются, в основном, комбайны старше 6 лет. Поэтому надежно установить средние их стоимости в новом состоянии (ВС) нельзя, а гладкая зависимость от возраста стоимости машин строилась лишь для машин старше 4 лет (рис. 12). Стандартное отклонение фактических цен комбайнов от их расчетных стоимостей оказалось равным 271 тыс. руб.

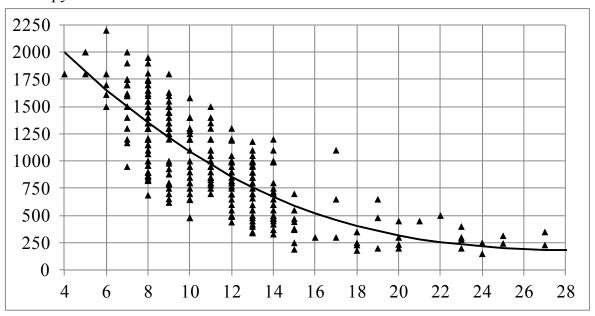


Рис. 12. Зависимость стоимости и цен комбайнов ДОН 1500Б от возраста

#### Седельные тягачи МАЗ 54323

Анализировались цены 388 седельных тягачей МАЗ 54323. На российском рынке удалось найти только машины старше 5 лет. Поэтому и здесь надежно установить средние их стоимости в новом состоянии (ВС) нельзя, а гладкая зависимость стоимости машин от возраста строилась лишь для машин 5 лет и старше (рис. 13). Стандартное отклонение фактических цен тягачей от их расчетных стоимостей оказалось равным 112 тыс. руб.

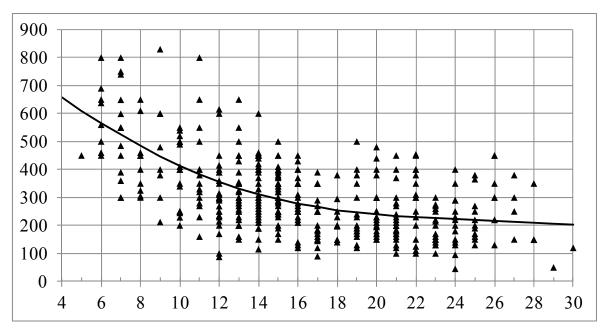


Рис. 13. Зависимость стоимости и цен тягачей МАЗ 54323 от возраста

#### Анализ полученных статистических зависимостей

При проведении практических оценок обычно используют значения коэффициентов годности, указанные в нормативно-методических документах и учебниках по оценке машин: для тракторов (Методика определения..., 1998, табл. 6.14), для дорожных катков и экскаваторов (Андрианов, 2006, табл. 3.6; Основы оценки стоимости..., 2006, табл. 7.9). Однако все такие зависимости ориентированы на амортизационные или близкие к ним сроки службы машин. Между тем, у значительной доли машин в парке возраст существенно превышает амортизационный. По этой причине полученные нами статистические зависимости существенно отличаются от тех, которыми пользуются российские оценщики.

Во многих случаях оценщики исходят из предположения о равномерном характере износа (обесценения) машин. Например, такое предположение лежит в основе линейного метода, при котором коэффициент износа машины считается равным отношению ее возраста к сроку службы. В учебнике (Андрианов, 2006) также утверждается, что износ колесных тракторов составляет 10% в год независимо от возраста и пробега. Однако, как видно из статистических зависимостей, износ машин протекает неравномерно.

Гораздо интереснее тот факт, что полученные статистические зависимости никак не согласуются с теоретическими.

1. Нормативный срок службы тракторов – 11 лет, экскаваторов – 8 лет. Можно считать эти цифры заниженными. Более того, ряд авторов считает, что в

современных условиях экономически рационально использовать машины в течение срока, в полтора-два раза превышающего нормативный. Но тогда трактора и экскаваторы, требующие ремонта после достижения ими 16–22 лет, надо было бы утилизировать, а не ремонтировать. Между тем, как видим, за пределами 20–22 лет имеется довольно большое число машин, и трудно поверить, что все они используются явно нерационально.

- 2. Если исходить из массы машин (около 4 т у трактора и около 6 т у экскаватора), то чистый доход от их реализации в качестве металлолома не превосходит 4% восстановительной стоимости (ВС). Сюда можно было бы добавить остаточную стоимость деталей и узлов, пригодных к дальнейшей эксплуатации. Эта стоимость, по нашим оценкам, составляет не более 2–3% ВС. Таким образом, относительная утилизационная стоимость машин составляет не более 7% от ВС (на самом деле она заметно ниже, поскольку надо учесть еще затраты на разделку и сортировку лома и доставку его в приемный пункт). Между тем, как видно из рис. 2–4, средняя стоимость тракторов и экскаваторов старше 22 лет существенно больше 7% ВС.
- 3. Обратим теперь внимание на различие в ценах машин одного или примерно одного возраста на рис. 2. Так, машины в возрастах 10 и 11 лет различаются в цене примерно на 300 тыс. руб., такая же разница в ценах видна и у машин в возрастах 22-24 года. Попробуем объяснить эти различия. Точки на рис. 2, лежащие существенно ниже статистической кривой, очевидно, отвечают машинам, находящимся в относительно плохом состоянии и, скорее всего, требующим ремонта. Наоборот, точки, лежащие существенно выше этой кривой, отвечают машинам, недавно прошедшим ремонт. Но, как отмечалось выше, прирост стоимости машины после ремонта должен равняться стоимости ремонта. По отрывочным данным ремонтных предприятий, стоимость ремонта трактора данной марки составляет примерно 125 тыс. руб. или около 18% от ВС (аналогичных данных для экскаваторов найти не удалось). Однако с учетом транспортных расходов эти цифры будут немного больше – около 145 тыс. руб. или 21% от ВС. Отсюда следует, что различие в стоимостях машин одного возраста, требующих ремонта и прошедших ремонт, должно составлять порядка 145 тыс. руб. К этому можно было бы добавить региональные различия (в выборке собраны предложения о продаже машин из разных регионов), которые не превосходят 4% от ВС, т.е. примерно 27 тыс. руб. Наконец, сюда можно было бы добавить случайное отклонение цены предложения от средней рыночной цены, которое навряд ли составляет более 10% от этой цены. Даже для машин в возрасте 11 лет, где средняя рыночная цена составляет 380 тыс. руб., это отклонение не превосходит 38 тыс. руб. Таким образом, размах цен машин од-

ного возраста здесь не должен превосходить 145 + 27 + 38 = 210 тыс. руб., что явно меньше наблюдаемого размаха 300 тыс. руб.

Возникает определенный парадокс: фактические данные не согласуются с теоретической моделью. Казалось бы, причина парадокса – в ошибочности модели. Между тем, в ее основе лежит принцип дисконтирования. Значит, от этого принципа надо было бы отказаться? Но на нем, в свою очередь, базируются и некоторые проверенные практикой методы оценки недвижимости, нематериальных активов и финансовых инструментов (не говоря уже о методах оценки эффективности инвестиционных проектов). Отказ от принципа дисконтирования в этих случаях обошелся бы слишком дорого. Где же выход из положения?

Оказывается, что причина парадокса — в том, что для описания процесса износа машин была выбрана не совсем адекватная теоретическая модель, не учитывающая влияния случайных факторов. Ниже приводятся модели, позволяющие объяснить наблюдаемые явления.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАШИН

В построенной выше теоретической модели процесс использования машины рассматривался как детерминированный. Именно поэтому состояние каждой машины однозначно определялось ее возрастом, и у всех машин был один и тот же экономически рациональный срок службы. Между тем, очевидно, что машины одной марки и одного возраста используются своими владельцами по-разному. При этом трудно поверить, что поведение владельцев машин экономически нерационально. Но в таком случае придется рассматривать процесс эксплуатации и ремонта машины как стохастический. Здесь нельзя не отметить, что вероятностные модели процесса использования машин, учитывающие отказы и ремонты, исследуются в теории надежности (см., например, (Кокс, Смит, 1987; Кіјіта, 1989; Rykov, Ваlakrishnan, Nikulin, 2010; Scarsini, Shaked, 2000)). Применительно к задачам стоимостной оценки машин такие модели строились и в наших работах (Аркин, Сластников, Смоляк, 2006; Смоляк, 2012). Однако они требовали слишком детальной информации о процессе использования машин и плохо поддавались экспериментальной проверке.

Ниже предлагается модель, приводящая к более наглядным и проверяемым зависимостям стоимости машин от возраста. В ней также рассматриваются машины одной марки, различающиеся только своим состоянием. Состояние машин мы характеризуем случайно меняющейся интенсивностью приносимых ими доналоговых выгод (B), что позволяет рассматривать стоимость машины как некоторую (неизвестную) функцию K(B). Для машины в новом состоянии интенсивность приносимых ею выгод обозначается через  $B_0$ , а стоимость – через  $K_0$ .

# Основные предпосылки модели

В детерминированной модели, рассмотренной ранее, состояние машины в процессе ее эксплуатации непрерывно ухудшалось, пока не наступал момент (рациональный срок службы), когда дальнейшее использование машины становилось экономически неэффективным. В нашей модели мы учитываем также возможность трех типов случайных событий, после которых состояние машины меняется скачком:

• аварий, после которых машина становится неработоспособной и подлежит утилизации;

- отказов, обусловливающих необходимость проведения (капитального) ремонта машины. После ремонта состояние машины улучшается, но это улучшение носит вероятностный характер (грубо говоря, ремонт имеет непредсказуемые последствия);
- сбоев, после которых машина продолжает использоваться по своему назначению, но состояние ее скачкообразно и случайно ухудшается.

Основные предположения модели следующие.

- 1. Потоки аварий, отказов и сбоев пуассоновские, характеризуемые интенсивностями соответственно  $\mu$ ,  $\lambda$  и v. Это значит, что за малый период времени dt с машиной, которая была исправна в начале периода, может произойти либо отказ (с вероятностью  $\lambda dt$ ), либо авария (с вероятностью  $\mu dt$ ), либо сбой (с вероятностью  $\nu dt$ ).
- 2. Если ни аварии, ни отказа, ни сбоя не произошло, машина продолжает эксплуатироваться, однако при этом за счет физического износа интенсивность приносимых ею выгод снижается с некоторым темпом  $\alpha$ , т.е. на  $100\alpha dt$  %.
- 3. В случае отказа машина ремонтируется мгновенно. После ремонта машина оказывается в некотором случайном состоянии  $\xi B_0 + (1-\xi)B$ , промежуточным между тем, которое было до отказа (B) и новым состоянием ( $B_0$ ). Величина  $\xi$  здесь имеет некоторое вероятностное распределение, не зависящее от состояния машины. Ее математическое ожидание  $\mathbf{E}[\xi]$ , отражающее качество ремонта, мы обозначим через p (чем лучше в среднем машина восстанавливается после ремонта, тем p больше). Ремонт «более изношенных» машин, вообще говоря, обходится дороже. Мы примем, что стоимость ремонта линейно растет по мере ухудшения состояния машины, т.е. имеет вид Z- $\psi B$ , где коэффициент  $\psi$  отражает прирост стоимости ремонта на единицу ухудшения интенсивности приносимых машиной выгод.
- 4. Если произошел сбой, состояние машины случайно ухудшается из состояния B она переходит в случайное состояние  $\eta B$ . Величина  $\eta$  здесь имеет некоторое вероятностное распределение на отрезке [0,1], не зависящее от состояния машины. Ее математическое ожидание  $\mathbf{E}[\eta]$  мы обозначим через 1-q. При этом q будет отражать средний коэффициент уменьшения интенсивности выгод после сбоя.
- 5. Изменение стоимости машины во времени описывается принципом дисконтирования. Однако в условиях влияния случайных факторов на процесс использования машины этот принцип должен быть несколько модифицирован:

Стоимость машины на дату оценки равна математическому ожиданию суммы дисконтированных (к дате оценки) выгод от ее наиболее эффективного использования в течение некоторого периода и дисконтированной стоимости машины в конце периода.

#### Исследование модели

Возьмем машину, находящуюся в состоянии B и эксплуатирующуюся по своему назначению в течение малого периода времени dt. В конце этого периода возможны четыре ситуации:

- машина попадет в аварию. Вероятность этой ситуации равна  $\mu dt$ , а стоимость машины после этого будет равна утилизационной стоимости машины U;
- машина откажет и будет отремонтирована, что потребует затрат в размере  $Z-\psi B$ . Вероятность этой ситуации равна  $\lambda dt$ , а стоимость машины после ремонта составит  $K(\xi B_0 + (1-\xi)B)$ ;
- произойдет сбой. Вероятность этой ситуации равна vdt, причем после сбоя машина перейдет в случайное состояние  $\eta B$ ;
- не произойдет ни аварии, ни отказа. Вероятность этой ситуации равна  $1 \lambda dt \mu dt \nu dt$ . Здесь машина принесет за период выгоды в размере Bdt и в конце периода окажется в состоянии  $B \alpha Bdt$ , в котором ее стоимость составит  $K(B \alpha Bdt) \approx K(B) \alpha BK'(B)dt$ .

Теперь, применив принцип дисконтирования и обозначив, как и раньше, доналоговую реальную ставку дисконтирования (в непрерывном времени) через r, можно получить с точностью до малых более высокого порядка:

$$K(B) = U\mu dt + \left\{ \mathbf{E} \left[ K \left( \xi B_0 + (1 - \xi) B \right) \right] - Z + \psi B \right\} \lambda dt + \mathbf{E} \left[ K \left( \eta B \right) \right] \nu dt +$$

$$+ B dt + (1 - r dt) \left[ K \left( B \right) - \alpha B K' \left( B \right) dt \right] \left( 1 - \lambda dt - \mu dt - \nu dt \right) =$$

$$= K(B) - \left[ \alpha B K' \left( B \right) + \left( r + \lambda + \mu + \nu \right) K \left( B \right) \right] dt +$$

$$+ \left\{ \lambda \mathbf{E} \left[ K \left( \xi B_0 + (1 - \xi) B \right) \right] + \nu \mathbf{E} \left[ K \left( \eta B \right) \right] + \mu U - \lambda Z + \lambda \psi B + B \right\} dt.$$

Легко видеть, что такое равенство возможно только если

$$\alpha B K'(B) + (r + \lambda + \mu + \nu) K(B) =$$

$$= \lambda \mathbf{E} \left[ K (\xi B_0 + (1 - \xi) B) \right] + \nu \mathbf{E} \left[ K (\eta B) \right] + \mu U - \lambda Z + \lambda \psi B + B.$$
(6)

Очевидно, что состояние машины в любой момент времени не может быть лучше, чем новое, поэтому мы будем рассматривать функцию K(B) только на от-

резке  $[0, B_0]$ . С уменьшением интенсивности приносимых машиной выгод ее стоимость должна непрерывно убывать, при этом она не может стать меньше утилизационной стоимости U или больше восстановительной стоимости  $BC(K_0)$ . Это значит, что решением (6) должна быть непрерывная ограниченная функция. Докажем вначале, что у уравнения (6) есть единственное такое решение. Доказательство проведем от противного.

Допустим, что у уравнения (6) есть два различных непрерывных решения. Тогда их ненулевая разность, обозначим ее через F(B), удовлетворяет однородному уравнению:

$$\alpha BF'(B) + (r + \lambda + \mu + \nu)F(B) = \lambda \mathbb{E} \left[ F(\xi B_0 + (1 - \xi)B) \right] + \nu \mathbb{E} \left[ F(\eta B) \right].$$

Если обозначить  $\pi = (r + \lambda + \mu + \nu)/\alpha$ , отсюда следует, что:

$$BF'(B) + \pi F(B) = \frac{1}{\alpha} \left\{ \lambda \mathbb{E} \left[ F \left( \xi B_0 + (1 - \xi) B \right) \right] + \nu \mathbb{E} \left[ F \left( \eta B \right) \right] \right\}.$$

Но тогда

$$\left[B^{\pi}F(B)\right]' = \frac{B^{\pi-1}}{\alpha} \left\{ \lambda \mathbf{E} \left[F\left(\xi B_0 + (1-\xi)B\right)\right] + \nu \mathbf{E} \left[F\left(\eta B\right)\right] \right\},\,$$

и поэтому

$$B^{\pi}F(B) = B_0^{\pi}F(B_0) - \frac{1}{\alpha} \int_{B}^{B_0} x^{\pi-1} \left\{ \lambda \mathbb{E} \left[ F\left(\xi B_0 + (1-\xi)x\right) \right] + \nu \mathbb{E} \left[ F\left(\eta x\right) \right] \right\} dx.$$

При  $B \to 0$  левая часть равенства стремится к нулю, поскольку  $\pi > 0$ . Но тогда пределом правой части тоже будет нуль, и поэтому  $B_0^\pi F\left(B_0\right) = \frac{1}{\alpha} \int\limits_0^{B_0} x^{\pi - 1} \left\{ \lambda \mathbf{E} \Big[ F \big( \xi B_0 + (1 - \xi) x \big) \Big] + \nu \mathbf{E} \Big[ F \big( \eta x \big) \Big] \right\} dx \,.$  Отсюда следует, что  $B^\pi F\left(B\right) = \frac{1}{\alpha} \int\limits_0^B x^{\pi - 1} \left\{ \lambda \mathbf{E} \Big[ F \big( \xi B_0 + (1 - \xi) x \big) \Big] + \nu \mathbf{E} \Big[ F \big( \eta x \big) \Big] \right\} dx \,.$ 

Заметим теперь, что функция F(B) — гладкая и ограниченная на отрезке  $[0,B_0]$ . Пусть M>0 — ее максимальное по модулю значение. Тогда  $\Big|\mathbf{E}\Big[F\big(\xi B_0+\big(1-\xi\big)x\big)\Big]\Big|\leq M$ ,  $\Big|\mathbf{E}\Big[F\big(\eta x\big)\Big]\Big|\leq M$  при  $x\in[0,B_0]$  и из полученного выше равенства следует, что

$$\left| F(B) \right| \leq \frac{1}{\alpha} B^{-\pi} \int_{0}^{B} x^{\pi-1} \left( \lambda M + \mu M \right) dx = \frac{\lambda M + \mu M}{\alpha \pi} = \frac{\lambda + \mu}{r + \lambda + \mu + \nu} M < M.$$

Однако такое неравенство невозможно, ибо где-то на отрезке  $[0, B_0]$  функция F(B) принимает значение M.

Таким образом, уравнение (6) имеет единственное непрерывное на отрезке  $[0, B_0]$  решение. Нетрудно проверить, что это – линейная функция:

$$K(B) = C_1 B + C_0,$$

$$C_1 = \frac{1 + \lambda \psi}{r + \lambda p + \mu + \nu q + \alpha}, \quad C_0 = \frac{\lambda C_1 p B_0 + \mu U - \lambda Z}{r + \mu}.$$
(7)

При  $B=B_0$  из (7) вытекает, что  $K_0=K\left(B_0\right)=C_1B_0+C_0$  , и поэтому

$$B_0 = \frac{K_0 - C_0}{C_1}, \quad K(B) = K_0 + C_1(B - B_0). \tag{8}$$

Поскольку в условиях стохастики машины одного возраста могут оказаться в разном состоянии и иметь разную стоимость, выясним, как меняется с возрастом их средняя стоимость. Пусть  $\overline{B}(t) = \mathbf{E}[B(t)]$  — средняя интенсивность выгод, приносимых машинами, дожившими до возраста t лет, а  $\overline{K}_t$  — их средняя стоимость. Тогда в силу (8) имеем:

$$\overline{K}_t = K_0 + C_1 \left[ \overline{B}(t) - B_0 \right]. \tag{9}$$

Поэтому нам достаточно выяснить динамику функции  $\overline{B}(t)$ .

Рассмотрим машины, которые дожили до возраста t+dt лет. В момент, когда им исполнилось t лет, они находились в некоторых состояниях, и средняя интенсивность приносимых ими выгод составляла  $\overline{B}(t)$ . За малый период времени dt с ними не могла произойти авария (иначе они не дожили бы до конца периода). Поэтому в указанном периоде для каждой машины были возможны только три ситуации:

- не произойдет ни сбоя, ни отказа. Вероятность этой ситуации равна  $1 \lambda dt v dt$ , при этом машина принесет за период выгоды в размере Bdt и в конце периода окажется в состоянии  $B(1 \alpha dt)$ ;
- произойдет сбой (с вероятностью vdt), причем после сбоя интенсивность приносимых машиной выгод B заменится на  $\eta B$ ;
- машина откажет и будет отремонтирована. Вероятность этой ситуации равна  $\lambda dt$ , причем после сбоя интенсивность приносимых машиной выгод B заменится на  $\xi B_0 + (1 \xi)B$ .

Отсюда вытекает следующее уравнение для средней интенсивности выгод, приносимых рассматриваемыми машинами:

$$\overline{B}(t+dt) = (1-\lambda dt - \nu dt)\overline{B}(t)(1-\alpha dt) + \nu dt \mathbf{E} \Big[ \eta B(t) \Big] + \\
+ \lambda dt \mathbf{E} \Big[ \xi B_0 + (1-\xi)B(t) \Big] = \overline{B}(t)(1-\lambda dt - \nu dt - \alpha dt) + \\
+ \nu dt (1-q)\overline{B}(t) + \lambda dt \Big[ pB_0 + (1-p)\overline{B}(t) \Big] = \\
= \overline{B}(t) - \Big[ (\lambda p + \nu q + \alpha)\overline{B}(t) + \lambda pB_0 \Big] dt.$$

Но это возможно только, когда:

$$\overline{B}'(t) + (vq + \lambda p + \alpha)\overline{B}(t) - \lambda pB_0 = 0.$$

Решением этого уравнения с начальным условием  $\overline{B}(0) = B_0$  будет:

$$\overline{B}(t) = B_0 - \frac{(vq + \alpha)B_0}{vq + \lambda p + \alpha} \left[1 - e^{-(vq + \lambda p + \alpha)t}\right].$$

Отсюда и из (9) вытекает искомая формула для средней стоимости машин, доживших до возраста t лет:

$$\overline{K}_{t} = K_{0} - \frac{(\nu q + \alpha)C_{1}B_{0}}{\nu q + \lambda p + \alpha} \left[1 - e^{-(\nu q + \lambda p + \alpha)t}\right].$$

Ее можно записать в более простом виде:

$$k(t) = 1 - \gamma + \gamma e^{-\omega t}, \quad \overline{K}_t = K_0 k(t) = K_0 \left(1 - \gamma + \gamma e^{-\omega t}\right), \tag{10}$$

где

$$\omega = vq + \lambda p + \alpha$$
,  $\gamma = \frac{(vq + \alpha)C_1B_0}{\omega K_0}$ .

Используя (7) и (8) и введя обозначения  $u = U/K_0$ ,  $z = Z/K_0$  для относительной утилизационной стоимости и относительной «постоянной части» стоимости ремонта, величину  $\gamma$  можно выразить через основные параметры модели:

$$\gamma = \frac{(\nu q + \alpha)[r + \mu - \mu u + \lambda z]}{(\nu q + \lambda p + \alpha)(r + \mu + \lambda p)}$$

Таким образом, усредненная зависимость от возраста коэффициентов годности (отношений рыночной стоимости машин, доживших до этого возраста, к восстановительной стоимости  $K_0$ ) имеет вид суммы экспоненты и константы. При этом средняя стоимость машин достаточно большого возраста близка к «предельной стоимости»  $\overline{K}_{\infty} = K_0 \left( 1 - \gamma \right)$ , которая, кстати, отличается от утилизационной.

Зависимостью типа (10) описывается и динамика характеристик объекта со временем при *переходных процессах*, например, в электрических цепях. На этом основании построенную модель можно называть *моделью ПП*. Интересно отметить, что важным параметром модели ПП является минимальный коэффициент годности  $(1 - \gamma)$ , который к тому же может отличаться от относительной утилизационной стоимости, что согласуется с американской практикой (см. выше).

Полученные формулы позволяют выяснить, как те или иные характеристики машины влияют на динамику коэффициентов ее годности.

#### В частности:

- увеличение темпа физического износа машины ( $\alpha$ ) приводит к увеличению  $\omega$  и  $\gamma$ . Другими словами, коэффициенты годности начинают снижаться быстрее, и их «предельное» значение уменьшается;
- повышение качества ремонта (увеличение p) ведет к увеличению  $\omega$  и уменьшению  $\gamma$ . При этом коэффициенты годности начинают снижаться быстрее, но их «предельное» значение увеличивается;
- повышение относительной стоимости ремонтов (z) ведет к увеличению  $\gamma$ , но не влияет на  $\omega$ ;
  - интенсивность аварий μ влияет только на γ, но не на ω;
- среднегодовое снижение интенсивности выгод произведение vq интенсивности отказов на среднее снижение выгод после отказа. С увеличением vq значения  $\omega$  и  $\gamma$  увеличиваются;
- повышение долговечности машины (уменьшение  $\alpha$ ) приводит к уменьшению  $\omega$  и  $\gamma$ .

В модели предполагалось, что стоимость ремонта растет по мере ухудшения состояния машины. Оказывается, что параметр  $\psi$ , характеризующий эту зависимость, ни на  $\omega$ , ни на  $\gamma$  не влияет (от него зависит лишь так называемый коэффициент капитализации – отношение стоимости машины в новом состоянии к интенсивности приносимых ею выгод  $K_0/B_0$ ).

Однако рассчитать для машин определенной марки значения параметров  $\omega$  и  $\gamma$  не удается, поскольку эти параметры зависят от таких непосредственно не наблюдаемых характеристик машин, как  $\alpha$ , p, q, z,  $B_0$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ , и  $\nu$ . В то же время проверить модель ПП (10) по рыночным данным гораздо проще, что и будет сделано в следующем разделе.

# Экспериментальная проверка модели

Выясним, насколько хорошо согласуется модель ПП (10) с рыночными данными. Для этого будем подбирать параметры  $K_0$ ,  $\omega$  и  $\gamma$  так, чтобы рассчитанные по формуле (10) расчетные стоимости машин разного возраста как можно меньше отличались от наблюдаемых цен.

Начнем с тракторов МТЗ-82.1. Проведенные расчеты позволили получить следующие оценки:  $K_0 = 697$ ,  $\gamma = 0.71$ ,  $\omega = 0.104$ . На рис. 14 соответствующая зависимость сравнивается с «гладкой», представленной на рис. 2. Оказывается, что обе зависимости достаточно близки — различие заметно лишь для достаточно больших возрастов, где рыночной информации явно недостаточно. К тому же величина  $K_0$  мало отличается от средней цены тракторов на первичном рынке. Оказалось также, что обе зависимости дают одинаковую точность: стандартное отклонение цен от обеих зависимостей оказалось одинаковым — 89 тыс. руб.



Рис. 14. Сравнение зависимостей стоимости тракторов от возраста

Примерно те же результаты получены и для экскаваторов ЭО-2621В. Сравнение «гладкой» зависимости их стоимости от возраста, изображенной на рис. 3, с зависимостью, рассчитанной по формуле (10) при  $K_0 = 1074$ ,  $\gamma = 0.86$ ,  $\omega = 0.133$ , представлено на рис. 15.

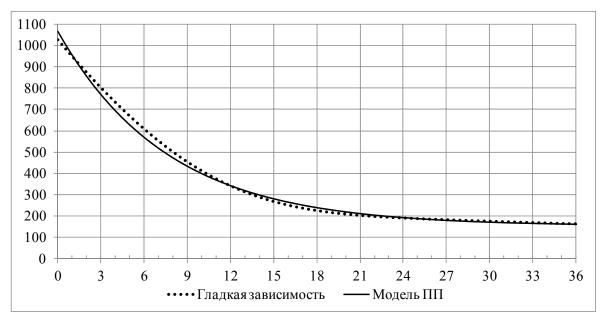


Рис. 15. Сравнение зависимостей стоимости экскаваторов от возраста

Здесь расхождения обеих зависимостей более заметны, однако они имеют место для машин в возрастах 3...8 лет, где колебания рыночных цен достаточно велики. При этом стандартное отклонение цен от «гладкой» зависимости – 104 тыс. руб. – практически такое же, как и от зависимости (10) – 102 тыс. руб.

Для бульдозеров Уралтрак Б10М в результате расчетов получено:  $K_0 = 3403$ ,  $\gamma = 0.93$ ,  $\omega = 0.149$ . На рис. 16 «гладкая» зависимость стоимости бульдозеров от возраста сопоставляется с зависимостью (10). Стандартные отклонения цен от обеих зависимостей практически одинаковы (335 тыс. руб.)

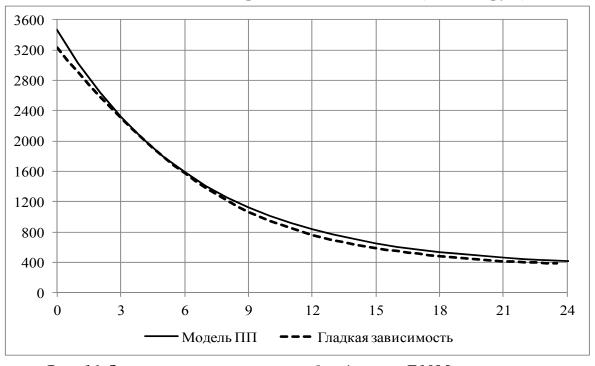


Рис. 16. Зависимости стоимости бульдозеров Б10М от возраста

На рис. 17 сопоставляются расчетные стоимости комбайнов ДОН 1500Б, полученные с использованием гладкой зависимости и модели ПП.

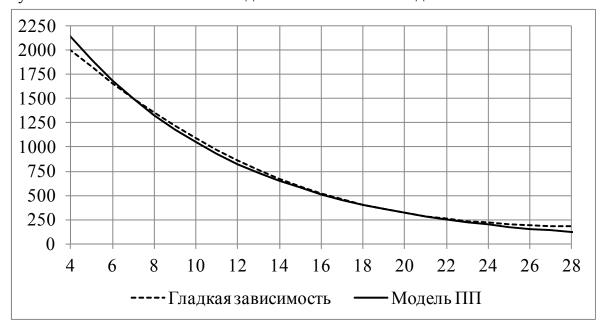


Рис. 17. Зависимости стоимости комбайнов ДОН 1500Б от возраста Аналогичные результаты получены и для других видов машин.

# Обсуждение предпосылок модели

Сделанные при построении модели предположения учитывают ряд особенностей функционирования машин и оборудования, однако очень грубо описывают реальный процесс их использования (например, не учитывают снижение надежности машин с возрастом). Несмотря на это, оказывается, что модель позволяют объяснить динамику средних цен предложения на машины.

Интересно, что оценщики, обрабатывая рыночную информацию, нередко используют в этих целях экспоненциальную зависимость цен машин от возраста (в формуле (10) ей отвечает  $\gamma$ =1). Примером являются зависимости для автотранспортных средств, предложенные в (Андрианов, 2006). Модель ПП, обеспечивающую существенно большую точность аппроксимации, можно рассматривать как обобщение такой зависимости.

В то же время зависимость средней цены машин от возраста неприменима к описанию износа конкретной машины в динамике. Например, из того, что средняя цена 12-летних тракторов вдвое меньше их ВС (рис. 4) нельзя сделать вывод, что у конкретного трактора, эксплуатирующегося в средних условиях, за 12 лет эксплуатации цена снизится вдвое. Все дело в том, что конкретный трактор может и не дожить до 12-летнего возраста. Поэтому об уменьшении стоимости в среднем вдвое

можно говорить лишь по отношению к тем тракторам, которые дожили до этого возраста (пройдя перед этим некоторое количество ремонтов).

Однако для оценки рыночной стоимости конкретных машин модель ПП применима. Если оценщик знает об оцениваемой машине только ее возраст t лет, то ему не остается ничего иного, как принять ее стоимость на уровне средней стоимости машин того же возраста  $\overline{K}_t$ . Если же ему известна и какая-то иная информация о состоянии машины, он может учесть ее, внеся в полученную оценку соответствующие корректировки.

Вместе с тем, аппроксимация рыночных цен моделью ПП не позволяет однозначно установить все параметры исходных моделей 1 и 2 ( $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$ , Z, p), а тем более – ставку дисконтирования r. Поэтому, установив зависимость (10) для конкретной марки машин, мы не сможем, в отличие от детерминированной модели (2), «восстановить» интенсивность выгод B(t) от использования таких машин разного возраста.

В то же время следует отметить, что модель не в полной мере учитывает требование наиболее эффективного использования машин. Так, при ее построении принималось, что машина, находящаяся в исправном состоянии, будет продолжать использоваться по назначению, а отказавшая машина будет ремонтироваться, хотя иногда такие машины было бы выгоднее утилизировать. Анализ показывает, что подобные допущения незначительно изменяют значения средних коэффициентов годности у машин не слишком большого возраста. Поэтому значительные расхождения могут возникнуть лишь у достаточно «старых» машин, которых на рынке мало, и о ценах которых имеется лишь скудная информация.

# УЧЕТ НАРАБОТКИ МАШИНЫ ПУТЕМ КОРРЕКТИРОВКИ ЕЕ СТОИМОСТИ

Совершенно очевидно, что хронологический возраст машины недостаточно полно характеризует ее техническое состояние. Именно по этой причине разбросы цен машин одного возраста оказались достаточно велики (см. рис. 2, 3, 6, 7, 9). В связи с этим, естественно, возникает желание объяснить такие разбросы влиянием каких-то иных факторов. В литературе по оценке машин (например, в (Андрианов, 2006; Оценка стоимости..., 2003; Основы оценки..., 2006)), мы увидим, что, помимо возраста при оценке износа машины рекомендуется учитывать ее наработку. В общем случае этим термином охватывается ряд показателей, характеризующих объем работ, выполненных машиной с начала эксплуатации, либо выработанный ресурс машины. В практике оценки наработку измеряют временем работы машины (в машино-часах или мото-часах) или (для автотранспортных средств) ее пробегом.

Естественно возникает идея оценивать стоимость машины, учитывая одновременно ее возраст и наработку, имея в виду, что это позволит обеспечить более высокую точность оценки, чем при оценке машины с учетом только ее возраста. Попробуем реализовать эту идею.

При этом стоимость машины, оцененную в предположении, что о ней известен только возраст, мы, как и ранее, будем именовать расчетной стоимостью. Для определенности в дальнейшем исследовании будет приниматься, что расчетная стоимость машин определяется по модели ПП. В таком случае дополнительный учет наработки машины мы будем рассматривать как корректировку расчетной стоимости<sup>8</sup>, а результат такой корректировки будем именовать *скорректированной* (с учетом наработки) *расчетной стоимостью*.

Заметим теперь, что определяя стоимость машины с учетом ее наработки, мы неявно подразумеваем, что отклонения цен машин от их расчетной стоимости можно хотя бы частично объяснить различиями в наработке этих машин. Проверим это.

Начнем с **тракторов МТЗ-82.1**. Напомним, что для этих машин модель ПП построена по данным о ценах 350 машин. Однако среди этих машин имелось только 79, для которых наработка (в машино-часах) была известна. На рис. 18 показано, как влияет наработка машин на отклонения их цен от расчетных стоимостей (в тыс. руб.).

37

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Естественно, что в том случае, если наработка оцениваемой машины неизвестна, такая корректировка не должна производиться.

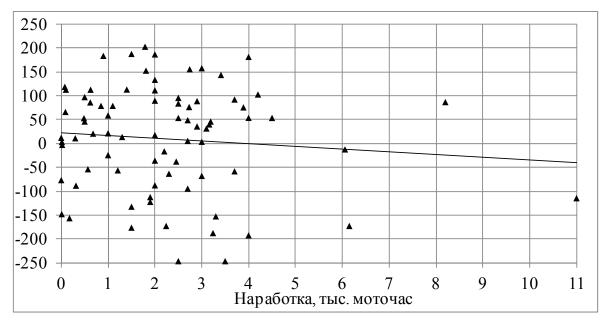


Рис. 18. Влияние наработки тракторов MT3-82.1 на отклонения их цен от расчетных стоимостей

Как видно из рисунка, наработка тракторов не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на отклонения их цен от расчетных стоимостей (для наглядности здесь приведена и соответствующая линия регрессии). При этом коэффициент корреляции между наработкой и указанными отклонениями составляет здесь  $\rho = -0.09$ . Поэтому влияние наработки может объяснить только  $\rho^2 = 0.008 < 1\%$  от дисперсии отклонения цен машин от их расчетной стоимости.

Аналогичные результаты получены и для 64 **тракторов МТЗ 1221** (рис. 19,  $\rho = 0$ ), для 49 **бульдозеров Уралтрак Б10М** (рис. 20,  $\rho = -0.20$ ) и 122 **комбайнов** Д**ОН 1500Б** (рис. 21,  $\rho = 0$ ).

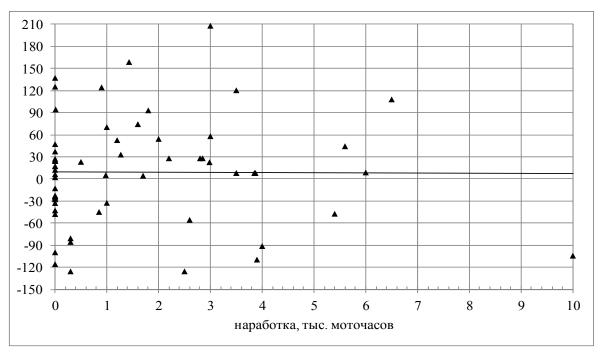


Рис. 19. Влияние наработки тракторов МТЗ 1221 на отклонения их цен от расчетных стоимостей

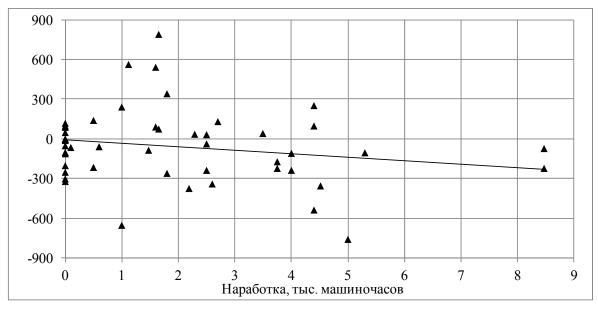


Рис. 20. Влияние наработки бульдозеров Б10М на отклонения их цен от расчетных стоимостей

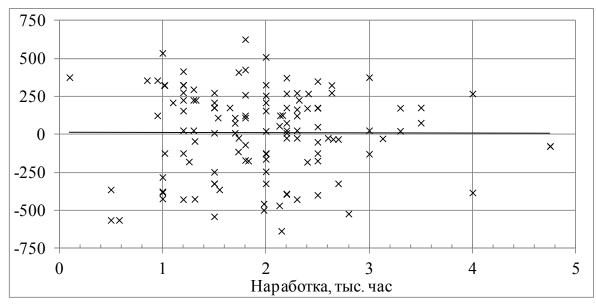


Рис. 21. Влияние наработки комбайнов ДОН 1500Б на отклонения их цен от расчетных стоимостей

Рассмотрим теперь седельные тягачи МАЗ 54323. Для таких машин объем выполненной работы с начала эксплуатации измеряется пробегом. На рис. 22 показано его влияние на отклонения цен машин от расчетных стоимостей. Коэффициент корреляции между наработкой и указанными отклонениями составляет здесь  $\rho$ =-0.06.

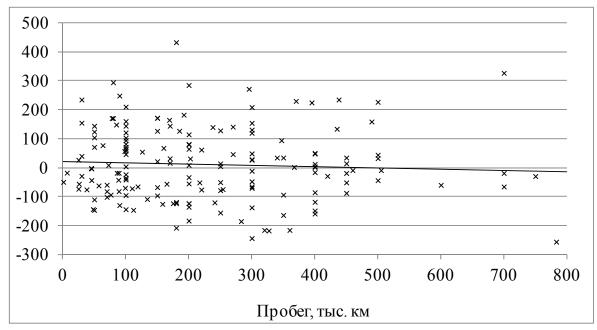


Рис. 22. Влияние пробега седельных тягачей MA3 54323 на отклонения их цен от расчетных стоимостей

Модель ПП была построена также для 78 зерноуборочных комбайнов Вектор 410. Здесь  $K_0=4437, \gamma=0,94, \omega=0,15$ . Сравнение цен машин с их расчетными стоимостями показано на рис. 23.

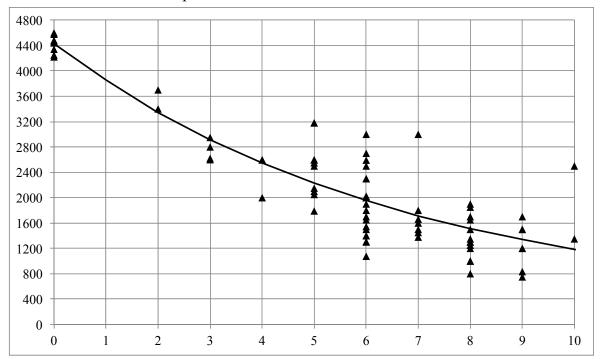


Рис. 23. Зависимость стоимости и цен комбайнов Вектор 410 от возраста

На рис. 24 показано, как влияет наработка машин на отклонения их цен от расчетных стоимостей. Коэффициент корреляции здесь также оказался малым:  $\rho$ =-0,04.

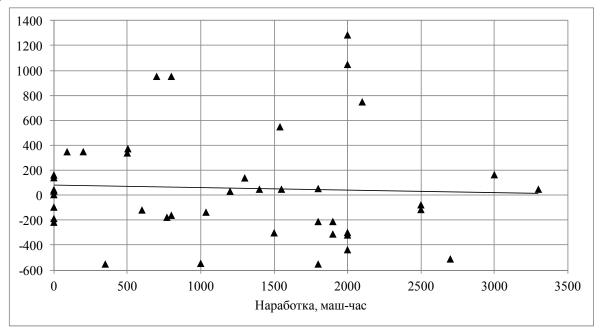


Рис. 24. Влияние наработки комбайнов Вектор 410 на отклонения их цен от расчетных стоимостей

В качестве следующего примера рассмотрим автокраны КС 55713-1 грузоподъемностью 25 т. По данным о ценах 142 автокранов рассчитаны параметры модели ПП:  $K_0 = 4693$ ,  $\gamma = 0.89$ ,  $\omega = 0.09$ . Зависимости цен и расчетных стоимостей машин от их возраста представлены на рис. 25. Стандартное отклонение цен машин от их расчетных стоимостей здесь составляет 340 тыс. руб.

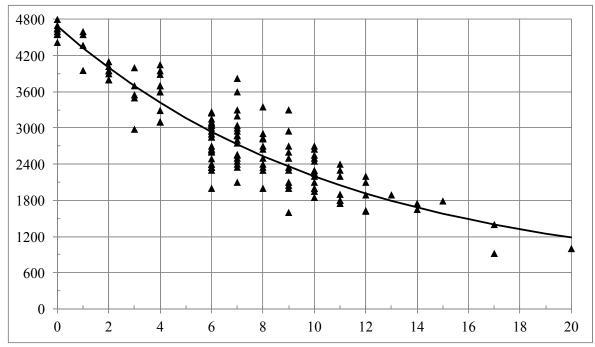


Рис. 25. Зависимости цен и расчетных стоимостей автокранов КС 55713-1 от возраста

Объем работ, выполненных автокранами с начала эксплуатации, можно характеризовать двумя измерителями — наработкой (w, тыс. м/ч) и пробегом (L, тыс. км). В нашей выборке имелось 85 машин с известной наработкой и 99 машин с известным пробегом. На рис. 26—27 показано влияние наработки и пробега на отклонения цен машин от расчетных стоимостей. Коэффициенты корреляции здесь составляют -0.26 в первом случае и -0.28 — во втором.

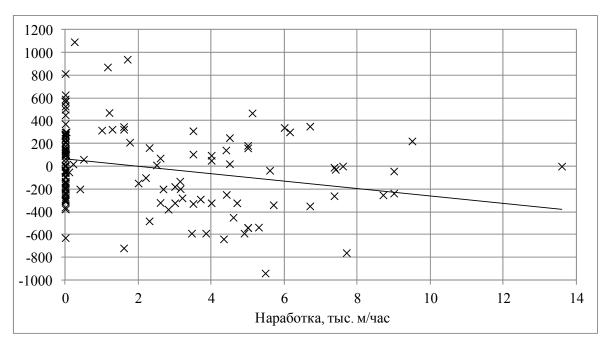


Рис. 26. Влияние наработки автокранов КС 55713-1 на отклонения их цен от расчетных стоимостей

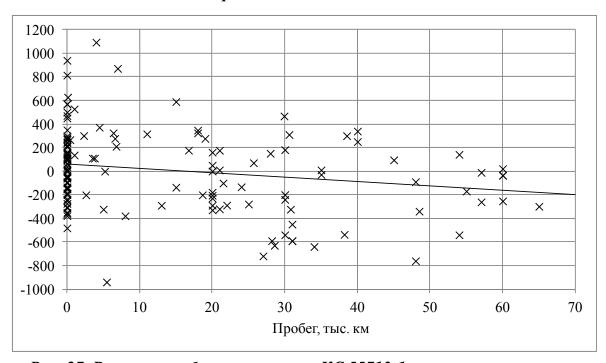


Рис. 27. Влияние пробега автокранов КС 55713-1 на отклонения их цен от расчетных стоимостей

Как видим, введение в расчетные стоимости поправок, учитывающих наработку или пробег автокранов, не позволяют существенно уменьшить отклонения цен от расчетных стоимостей.

Аналогичные результаты получаются и для некоторых других машин.

# УЧЕТ НАРАБОТКИ МАШИНЫ ПУТЕМ КОРРЕКТИРОВКИ ЕЕ ВОЗРАСТА

Мы видим, что большие отклонения цен машин от их расчетных стоимостей нельзя объяснить тем, что машины одного возраста имеют разную наработку.

Возможно, однако, что для этого выбран не слишком подходящий математический аппарат. Дело в том, что в предыдущих рассуждениях, по сути, предполагалось, что стоимость машины можно разложить на две составляющие, одна из которых зависит только от возраста, а вторая – только от наработки. Однако из изложенного видно, что такое допущение недостаточно адекватно, и решать проблему надо как-то иначе.

Для этого заметим, что в учебниках по оценке и нормативно-методической литературе стоимость машины часто связывается не с хронологическим, а с эффективным ее возрастом. Поскольку точного определения самого понятия эффективного возраста в учебниках обычно не дается, в нашей книге (Смоляк, 2008) сделана попытка такое определение дать. А именно, под эффективным возрастом машины предложено понимать такой возраст рационально использовавшейся машины той же марки, по достижении которого она оказывается примерно в том же техническом состоянии, что и оцениваемая машина. Проблема состоит лишь в том, чтобы научиться измерять этот эффективный возраст. В этих целях в (Оценка стоимости..., 2003; Методика определения..., 1998) предложены некоторые методы. К сожалению, они позволяют учесть влияние условий эксплуатации машины, но не ее наработку. Чтобы устранить этот недостаток, будем считать, что эффективный возраст машины ( $t_e$ ) зависит от ее хронологического возраста (t) и наработки (t). Для определенности ограничимся линейной зависимостью:

$$t_e = gt + hw. (11)$$

Такого типа зависимость была предложена нами в (Смоляк, 2008), там же предлагался и способ оценки входящих в формулу коэффициентов g и h, который нам не понадобится. Вместо этого будем поступать иначе.

Начнем с того, что данные о наработке обычно имеются не по каждой оцениваемой машине. Для тех машин, у которых данные о наработке отсутствуют, стоимость все равно придется оценивать, исходя из их хронологического возраста. Будем в этих целях использовать модель ПП. Поэтому, если наработка машины известна, стоимость этой машины надо оценивать по той же модели, подставляя в нее эффективный возраст вместо хронологического. Получаемую при этом стоимость будем именовать скорректированной расчетной стоимостью. В таком случае коэф-

фициенты g и h формулы (11) будем находить так, чтобы отклонение цен машин (разумеется, только тех, чья наработка известна) от их скорректированных расчетных стоимостей было минимальным.

Применим эту процедуру к **тракторам МТЗ 82.1**. Как уже отмечалось, нами был отобран 301 трактор, но среди них было только 57 с известной наработкой. Для этих машин стандартное отклонение цен от расчетных стоимостей составляло 113,7 тыс. руб. При оптимальном выборе значений g = 0,72 и h = 0,94 стандартное отклонение цен от скорректированных расчетных стоимостей снижается слабо – всего лишь до 110,5 тыс. руб.

Аналогичные результаты были получены и для других машин – они представлены в следующей таблице.

|                                   | Машины   |           |           |            |
|-----------------------------------|----------|-----------|-----------|------------|
| Показатели                        | Трактора | Тягачи    | Комбайны  | Комбайны   |
|                                   | MT3 1221 | MA3 54323 | ДОН 1500Б | Вектор 410 |
| Количество машин в выборке        | 61       | 166       |           | 42         |
| g                                 | 0,91     | 0,82      | 0,99      | 0,86       |
| h                                 | 0,24     | 0,165     | 0,041     | 0,345      |
| Стандартное отклонение цен ма-    |          |           |           |            |
| шин от их стоимостей (тыс. руб.): |          |           |           |            |
| – расчетных                       | 72       | 124,2     | 280,1     | 438        |
| – скорректированных расчетных     | 69       | 123,9     | 280,0     | 427        |

Особого рассмотрения заслуживают автокраны КС 55713-1, у которых имеются два измерителя выполненной с начала эксплуатации работы.

Из 142 автокранов в нашей выборке имеются 85 машин с известной наработкой. Стандартное отклонение цен этих машин от их расчетных стоимостей составляет 369 тыс. руб. При оптимально выбранных значениях g=1,04 и h=-0,098 это стандартное отклонение сокращается до 361 тыс. руб. Точно так же, в выборке имеются 99 машин с известным пробегом. Стандартное отклонение цен этих машин от их расчетных стоимостей составляет 352 тыс. руб. При оптимально выбранных значениях g=1,04 и h=-0,098 это стандартное отклонение сокращается до 328 тыс. руб. Наконец, в выборке имеются 77 машин, у которых известны и наработка и пробег. Стандартное отклонение цен этих машин от их расчетных стоимостей составляет 371 тыс. руб. Если рассчитывать эффективный возраст, учитывая и наработку и пробег, т.е. по формуле  $t_e=gt+h_ww+h_LL$ , то при оптимально выбранных значениях  $g=0,725, h_w=0,356, h_L=0,025$  стандартное отклонение цен от скорректированных расчетных стоимостей сократится до 326 тыс. руб. Другими словами, данный метод также не позволяет существенно сократить отклонения цен машин от их расчетных стоимостей.

Мы видим, таким образом, что и «метод эффективного возраста» также не позволяет повысить точность оценки стоимости машин (не говоря уже о том, что при его использовании необходимо будет отбрасывать из выборки машины, о наработке которых информация отсутствует). Скорее всего, слабое влияние наработки на стоимость машин объясняется тем, что на нее гораздо сильнее влияют другие факторы, например, комплектация, территориальное размещение машины, особенности и условия ее эксплуатации.

# КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

Рыночная стоимость машин существенно зависит от их возраста. В то же время цены машин одной марки и одного возраста имеют определенный разброс, обусловленный различиями в техническом состоянии машин. Это не позволяет добиться достаточно высокой точности оценки и делает актуальной задачу разработки новых методов оценки машин, позволяющих учесть более широкий круг ценообразующих факторов. Тем не менее, метод оценки подержанных машин, основанный на использовании усредненной зависимости коэффициентов их годности (или коэффициентов износа) от возраста, представляется достаточно обоснованным. Однако многие известные методы не позволяют оценивать машины за пределами нормативного или «рационального» срока службы, хотя таких машин в работоспособном состоянии на рынке сравнительно много. Поэтому усредненные зависимости коэффициентов годности от возраста должны быть пригодны для оценки достаточно старых машин.

Как показывает проведенный анализ, такие зависимости — нелинейные, а стоимость достаточно старых машин в среднем может существенно отличаться от их утилизационной стоимости.

Обычно, установив зависимость стоимости машин одной марки от возраста, эту зависимость распространяют и на машины того же вида, но других марок. Между тем, для машин одного вида, но разных марок, зависимости могут сильно отличаться. Этот вывод подтвержден на примере тракторов, комбайнов и дорожных катков.

Построенные в статье стохастические модели процесса использования машин позволяют объяснить как наличие на рынке достаточно большого числа «сравнительно старых» машин, так и тот факт, что их средняя стоимость существенно превосходит утилизационную. Они позволяют описать динамику коэффициентов годности сравнительно простой трехпараметрической моделью ПП.

В то же время зависимости коэффициентов годности от возраста, полученные на основе обработки рыночных данных, не позволяют (в отличие от детерминированных моделей) ни оценивать размеры выгод от использования машин, ни прогнозировать изменение стоимости машин с возрастом.

Казалось бы, точность оценки можно повысить, если, помимо хронологического возраста машины, учитывать ее наработку. Это можно сделать двумя способами. При первом способе стоимость машины рассчитывается только с учетом ее хронологического возраста, а к полученному результату добавляется поправка, учитывающая наработку машины. При втором способе для определения стоимости

машины используется та же зависимость стоимости машины от возраста, только вместо хронологического возраста в нее подставляется эффективный, учитывающий наработку машины. Оказывается, что оба указанных способа не позволяют существенно повысить точность оценки.

### ЛИТЕРАТУРА

- Андрианов Ю.В. Оценка автотранспортных средств. М.: Дело, 2006.
- Аркин В.И., Сластников А.Д., Смоляк С.А. Оценка имущества и бизнеса в условиях неопределенности (проблема «хвоста» и начала) // Аудит и финансовый анализ. Приложение. Сборник научных трудов. 2006. №1. С. 81–92.
- Грибовский С.В. Оценка стоимости недвижимости: Учеб. пособие. М.: Маросейка, 2009.
- Европейские стандарты оценки, 2003: Пер. с англ. М.: Российское общество оценщиков, 2006.
- Кокс Д.Р., Смит В.Л. Теория восстановления. М.: Советское радио, 1987.
- Международные стандарты оценки, 2007. 8-е изд.: Пер. с англ. М.: Российское общество оценщиков, 2008.
- Международные стандарты оценки, 2011: Пер. с англ. М.: Российское общество оценщиков, 2013.
- Методика определения экономической эффективности технологий и сельскохозяйственной техники. Ч. 2: Нормативно-справочный материал. М.: Минсельхозпрод РФ, 1998.
- Основы оценки стоимости машин и оборудования / А.П. Ковалев, А.А. Кушель, И.В. Королев, П.В. Фаддеев / Под ред. М.А. Федотовой. М.: Финансы и статистика, 2006.
- Оценка стоимости машин, оборудования и транспортных средств / А.П. Ковалев, А.А. Кушель, В.С. Хомяков и др. М.: Интерреклама, 2003.
- Смоляк С.А. Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования. М.: РИО МАОК, 2008.
- *Смоляк С.А.* Эргодические модели износа машин и оборудования // Экономика и математические методы. 2009. Т. 45. № 4. С. 42–60.
- *Смоляк С.А.* Стохастическая модель износа машин // Экономика и математические методы. 2012. Т. 48. № 1. С. 56–66.
- *Смоляк С.А.* Оценка рыночной стоимости машин с учетом устранимого и неустранимого износа // Экономика и математические методы. 2013. Т. 49. № 1. С. 54–72.
- Тришин В.Н. Об оценке специализированных и квазиспециализированных основных средств // Вопросы оценки. 2009. № 3. С. 2–28.
- Arizona Department of Revenue. Personal property Manual 2011. URL: http://www.azdor.gov/Portals/0/Brochure/AZ-Personal-property-Manual.pdf.
- *Kijima M.* Some results for repairable systems with general repair // Journal of Applied probability. 1989. Vol. 26. P. 89–122.
- Rykov V.V., Balakrishnan N., Nikulin M.S. (eds.) Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability. N.Y.: Springer, 2010.
- Scarsini M., Shaked M. On Value of an Item Subject to General Repair or Maintenance, with General Repair // European J. of Operational Research. 2000. № 122. P. 625–637.
- Smolyak S.A. Models for Estimating Depreciation in Plants, Machinery and Equipment: Analysis and Proposals // Journal of Property Tax Assessment and Administration. 2012. Vol. 9. Issue 3. P. 47–86.

# ОБ АВТОРЕ

**Смоляк Сергей Абрамович** – доктор экономических наук, кандидат физико-математических наук, главный научный сотрудник ЦЭМИ РАН.

## ИЗДАНИЯ ЦЭМИ РАН

### 2014 г.

## Препринты

- 1. **Бабат Л.Г.** Овализованные алмазы и  $\varepsilon$ -оптимальные круглые бриллианты / Препринт # WP/2014/307. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 77 с. (Рус.)
- 2. **Горлов А.В.** Малый производственный бизнес: основные закономерности и факторы развития / Препринт # WP/2014/308. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 58 с. (Pyc.)
- 3. **Клейнер В.Г.** Коррупция в России. Россия в коррупции. Есть ли выход? / Препринт # WP/2014/309. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 49 с. (Рус.)
- 4. **Белкин В.Д., Стороженко В.П.** Стагнация российской экономики и ее преодоление с помощью потребительского рынка / Препринт # WP/2014/310. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 39 с. (Рус.)
- 5. **Смоляк С.А.** Статистические и теоретические модели зависимости стоимости машин от возраста / Препринт # WP/2014/311. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 50 с. (Рус.)

#### Книги

- 1. Стратегическое планирование и развитие предприятий. В 5 т. / Материалы Пятнадцатого всероссийского симпозиума. Москва, 15–16 апреля 2014 г. Под ред. чл.-корр. РАН Г.Б. Клейнера. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 998 с.
- 2. **Стратегическое планирование и развитие предприятий** / Сборник пленарных докладов и материалов круглого стола Тринадцатого всероссийского симпозиума. Москва, 9–10 апреля 2013 г. Под ред. чл.-корр. РАН Г.Б. Клейнера. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 90 с.
- 3. Классификатор экономико-математических моделей планирования и управления в компании. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 107 с. (Рус.)
- 4. **Теория и практика институциональных преобразований в России** / Сборник научных трудов под ред. Б.А. Ерзнкяна. Вып. 28. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 172 с. (Рус., англ.)
- 5. **Овсиенко Ю.В.** Институциональные системы и их взаимосвязи с социальными и экономическими процессами. В 2 ч. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 256 с. (Рус.)
- 6. **Теория и практика институциональных преобразований в России** / Сборник научных трудов под ред. Б.А. Ерзнкяна. Вып. 29. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 170 с. (Рус., англ.)
- 7. **Теория и практика реформирования муниципальных образований** / Доклады Всероссийского научно-практического семинара. 27 июня 2014 г., г. Валдай. Под ред. М.В. Глазырина, М.П. Чемоданова. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 110 с.
- 8. **Модели и методы инновационной экономики** / Сборник научных трудов под ред. К.А. Багриновского и Е.Ю. Хрусталёва. Вып. 6.- М.: ЦЭМИ РАН, МАОН, 2014.-213 с. (Pyc.).
- 9. Молодая экономика: экономическая наука глазами молодых ученых / Материалы научно-практической конференции. Москва, 10 декабря 2014 г. Под ред. Р.Н. Павлова. М.: ЦЭМИ РАН, 2014. 143 с.

# Central Economics and Mathematics Institute Russian Academy of Sciences Publications

#### 2014

## Working papers

- 1. **Babat L.G.** Rounded Raw Diamonds and ε-optimal Round Polished Diamonds / Working paper # WP/2014/307. Moscow, CEMI RAS, 2014. 77 p. (Rus.)
- 2. **Gorlov A.V.** The small manufacturing business: basic patterns and factors of development / Working paper # WP/2014/308. Moscow, CEMI RAS, 2014. 58 p. (Rus.)
- 3. **Kleiner V.G.** Corruption in Russia. Russia Corrupted. Is There a Way Out? / Working paper #WP/2014/309. Moscow, CEMI RAS, 2014. 49 p. (Rus.)
- 4. **Belkin V.D., Storozhenko V.P.** Russian economy stagnation and its overcoming through consumer market / Working paper # WP/2014/310. Moscow, CEMI RAS, 2014. 39 p. (Rus.)
- 5. **Smolyak S.A.** Statistical and Theoretical Models of the Effect of Age on the Market Value of Machinery and Equipment Items / Working paper # WP/2014/311. Moscow, CEMI RAS, 2014. 50 p. (Rus.)

### **Books**

- 1. **Strategic Planning and Evolution of Enterprises**. 5 issues / Materials. Fifteenth Russian Symposium. Moscow, April 15–16, 2014. Ed. by G.B. Kleiner. Moscow, CEMI RAS, 2014. 197 p.
- 2. **Strategic Planning and Evolution of Enterprises** / Materials. Fourteenth Russian Symposium. Moscow, April 9–10, 2013. Ed. by G.B. Kleiner. Moscow, CEMI RAS, 2014. 90 p.
- 3. The Qualifier of Economic-Mathematical Models of Planning and Management in the Company. Moscow, CEMI RAS, 2014. 107 p. (Rus.)
- 4. **Theory and Practice of Institutional Reforms in Russia** / Collection of scientific works ed. by B.H. Yerznkyan. Issue 28. Moscow, CEMI RAS, 2014. 172 p. (Rus., Eng.)
- 5. **Ovsienko Yu.V.** Institutional Systems and Their Interactions with Social and Economic Processes. 2 part. Moscow, CEMI Russian Academy of Sciences, 2014. 256 p. (Rus.)
- 6. **Theory and Practice of Institutional Reforms in Russia** / Collection of scientific works ed. by B.H. Yerznkyan. Issue 29. Moscow, CEMI Russian Academy of Sciences, 2014. 170 p. (Rus., Eng.)
- 7. **Theory and Practice of Reform of Municipalities** / Reports of the All-Russian scientific-practical seminar. June 27, 2014, Valdai. Ed. M.V. Glazyrin, M.P. Chemodanov. M.: CEMI RAS, 2014 110 p.
- 8. **Models and Methods of Innovation Economics** / Collection of scientific papers, ed. by K.A. Begenovskogo, E.Y. Khrustaleva. Issue 6. M.: CEMI RAS, IAOS, 2014. 213 p. (Rus.)
- 9. **Young Economics: Economic Science in Terms of Young Scientists** / Proceedings of the scientific and practical conference. Moscow, December 10, 2014, Ed. by R.N. Pavlov. Moscow, CEMI RAS, 2014. 143 p.